

**CONVERSOR DC-DC TIPO LLC PARA LA CONEXIÓN DE  
SISTEMAS FOTOVOLTAICOS**

**ÓSCAR ANDRÉS BEDOYA PEREA  
LIZETH OSPITIA GALEANO**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
PEREIRA, JUNIO DEL 2018**



**CONVERSOR DC-DC TIPO LLC PARA LA CONEXIÓN DE  
SISTEMAS FOTOVOLTAICOS**

**ÓSCAR ANDRÉS BEDOYA PEREA  
LIZETH OSPITIA GALEANO**

**PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO ELECTRICISTA**

**DIRECTOR:  
Ph.D. ANDRÉS ESCOBAR MEJÍA**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
PEREIRA**

**2018**

# CONVERSOR DC-DC TIPO LLC PARA LA CONEXIÓN DE SISTEMAS FOTOVOLTAICOS

## TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN .....	9
1.1	Introducción .....	9
1.2	Generación Distribuida [7] .....	11
1.3	Smart-Grids [8] .....	11
1.4	Energía Solar.....	12
1.5	Paneles Fotovoltaicos .....	12
1.6	Inversores.....	13
1.7	Esquema de la Tesis.....	14
2	DISEÑO DE UN CONVERTIDOR LLC.....	15
2.1	Introducción .....	15
2.2	Conversores Resonantes .....	15
2.3	Convertidores Multiresonantes .....	19
2.4	Topología del Convertidor Resonante LLC.....	23
2.5	Metodología Para Determinar la Función de Transferencia .....	23
2.5.1	Paso 1: Determinación de las Ecuaciones de Estado No Lineales .....	24
2.5.2	Paso 2: Aproximación de los Armónicos .....	25
2.5.3	Paso 3: Técnica de Función de Descripción Extendida (EDF) Para la Linealización .....	25
2.5.4	Paso 4: Balance de Armónicos .....	26
2.5.5	Paso 5: Obtención del Punto de Operación .....	27
2.5.6	Paso 6: Perturbaciones y Linealización de las Ecuaciones de Balance de Armónicos .....	29
2.5.7	Paso 7: Modelo de Espacio de Estado .....	31
3	ANÁLISIS TEORICO DEL CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO Y CONTROL PREDICTIVO .....	33
3.1	Introducción .....	33
3.2	Control por Realimentación de Variables de Estado .....	33
3.2.1	Estabilidad Interna.....	34
3.2.2	Controlabilidad y Observabilidad de un Sistema .....	34

3.2.3	Realimentación de las Variables de Estado.....	35
3.3	Control Predictivo por Variables de Estado .....	36
3.3.1	Función Objetivo: .....	38
3.3.2	Restricciones.....	39
3.3.2.1	Restricción en la Señal de Control .....	40
3.3.2.2	Restricciones en la Salida.....	40
4	CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO Y CONTROL PREDICTIVO APLICADO AL DISEÑO DEL CONVERTIDOR LLC .....	42
4.1	Introducción .....	42
4.2	Control de Realimentación de Variables de Estado Aplicado al Conversor dc-dc Tipo LLC .....	42
4.3	Control Predictivo Aplicado al Conversor dc-dc Tipo LLC.....	45
5	CONCLUSIONES .....	48
6	REFERENCIAS .....	49

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Conexión de paneles fotovoltaicos a la red.....	10
Figura 1.2 Estructura general de un convertidor $dc - dc$ aislado.....	11
Figura 1.3 Topología centralizada (a), topología descentralizada (b) y topología multirrama (c).....	13
Figura 2.1 Configuraciones de los tanques resonantes tipo SRC (a) y PRC (b) .....	16
Figura 2.2 Curvas de ganancia del convertidor SRC para diferentes valores de calidad .....	17
Figura 2.3 Curvas de ganancia del convertidor PRC para diferentes valores de calidad .....	18
Figura 2.4 Configuraciones de los tanques resonantes tipo LCC (a) y LLC (b) .....	19
Figura 2.5. Curvas de ganancia del convertidor LCC para diferentes valores de $Q_e$ y de $C_n$ .....	21
Figura 2.6. Curvas de ganancia del convertidor LLC para diferentes valores de $Q_e$ y de $L_n$ .....	22
Figura 2.7 Conversor resonante LLC .....	23
Figura 2.8 Equivalente de pequeña señal del conversor resonante LLC.....	24
Figura 2.9 Modelo de gran señal del conversor resonante LLC.....	27
Figura 3.1 Esquema del modelo de realimentación de las variables de estado .....	35
Figura 3.2 Sistema modificado de realimentación de variables de estado con ganancia .....	35
Figura 4.1 Componentes seno (color oscuro) y coseno (color claro) de la tensión en el tanque resonante.....	43
Figura 4.2 Respuesta al impulso del convertidor LLC en lazo abierto .....	44
Figura 4.3 Respuesta al impulso del convertidor LLC en lazo cerrado .....	44
Figura 4.4 Respuesta diferentes impulsos del convertidor LLC en lazo cerrado .....	45
Figura 4.5 Tensión de salida aplicando control predictivo sin restricciones.....	46
Figura 4.6 Tensión a la salida control predictivo sin restricciones .....	46
Figura 4.7 Tensión de salida con restricción de señal de control [-0.03 a 0.5] y restricción de salida [-5 a 40]. .....	47
Figura 4.8 Tensión de salida con restricción de señal de control [-0.1 a 0.5] y restricción de salida [-5 a 44.3]. .....	47

## NOMENCLATURA

$GD$	: Generación distribuida
$FV$	: Fotovoltaico
$f_{sw}$	: Frecuencia de conmutación
$ZVS$	: Zero Voltage switching
$ZCS$	: Zero Current Switching
$dc$	: Corriente continua
$ac$	: Corriente alterna
$SRC$	: Condensador resonante en serie
$PRC$	: Condensador resonante en paralelo
$L_r$	: Inductor del tanque resonante
$C_r$	: Condensador del tanque resonante
$f_r$	: Frecuencia de resonancia
$f_n$	: Frecuencia de conmutación normalizada
$i_s, i_c$	: Componentes seno y coseno de la corriente del inductor resonante
$i_{ms}, i_{mc}$	: Componentes seno y coseno de la corriente de magnetización
$V_s, V_c$	: Componentes seno y coseno de la tensión del capacitor resonante
$V_{es}, V_{ec}$	: Componentes seno y coseno de la tensión de salida de medio puente
$V_{ps}, V_{pc}$	: Componentes seno y coseno de la tensión primaria del transformador
$i_{ps}, i_{pc}$	: Componentes seno y coseno de la corriente primaria del transformador
$i_p, r_s$	: Corriente primaria del transformador y DCR del inductor resonante
$i_{sp}, V_{cf}$	: Voltaje secundario del transformador y voltaje del condensador del filtro de salida
$\Omega_s, V_0$	: Frecuencia de conmutación de estado estacionario y tensión de salida
$c_f, r_c$	: Condensador de filtro de salida y condensador de filtro equivalente de resistencia en serie
$i_{ss}, i_{sc}$	: Componentes seno y coseno de la corriente en el secundario del transformador
$i_{sp}$	: Corriente resultante en el secundario del transformador
$i_{pp}$	: Corriente resultante primaria del transformador
$R, I_0$	: Resistencia de carga y corriente de carga
$L_s$	: Inductor resonante serie
$C_s$	: Capacitancia resonante serie
$L_m$	: Inductor de magnetización

$V_{in}$	: Tensión de entrada
$C_f$	: Capacitancia del filtro de salida
$n$	: Relación de transformación
$\omega_s$	: Frecuencia de conmutación [ $rad/s$ ]
$A$	: Matriz de realimentación
$B$	: Matriz de entrada
$C$	: Matriz de salida
$D$	: Matriz directa
$A_m$	: Matriz de realimentación aumentada
$B_m$	: Matriz de entrada aumentada
$C_m$	: Matriz de salida aumentada
$D_m$	: Matriz directa aumentada
MPC	: Model Predictive Control
$x$	: Matriz de variables de estado
$u$	: Matriz de señal
$y$	: Matriz de salida
$x_m(k)$	: Matriz de variables de estado aumentada
$0_n$	: Matriz de ceros de tamaño $n$
$t$	: Tiempo
$t_o$	: Tiempo inicial
$t_f$	: Tiempo final
$C_o$	: Matriz controlable
$U_b$	: Matriz observable
$P_n$	: Frecuencias naturales
$\mathbf{Z}_n$	: Nuevas frecuencias naturales
$\mathbf{a}_n, \mathbf{b}_n$	: Constantes
$a_k(s)$	: Polinomio característico en el dominio de Laplace
$\alpha(s)$	: Polinomio deseado en el dominio de Laplace
$k$	: Matriz de ganancias
SISO	: Single input, single output
$N_p$	: Horizonte de predicción
$N_c$	: Horizonte de control

$J$  : Función objetivo  
 $R_f$  : Matriz de referencias  
 $w(k)$  : Referencia actual  
 $Q_\delta$  : Matriz de ponderación del error de seguimiento  
 $Q_\lambda$  : Matriz de ponderación del incremento de control



# 1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo inicia con una breve descripción de las energías renovables haciendo énfasis en la energía solar, se analiza la conexión de los paneles fotovoltaicos a la red y el funcionamiento de los elementos que la componen, todo ello con el fin de llegar a la topología de los convertidores resonantes especialmente del LLC como parte fundamental del proyecto.

## 1.1 Introducción

La generación distribuida o generación descentralizada es aquella que se conecta a la red de distribución de energía eléctrica y que se caracteriza por encontrarse instalada en puntos cercanos al consumo. Este nuevo modelo acerca la generación a los centros de consumo trayendo consigo algunas ventajas como lo son facilitar el uso de energías renovables, aumentar la eficiencia en la generación y la calidad de la energía, brindar altos niveles de confiabilidad y disminuir los costos económicos [1].

Inicialmente no se tenía conocimiento sobre el impacto ambiental que generaba el uso de carbón, madera y otros combustibles fósiles necesarios para hacer funcionar las locomotoras y las grandes fábricas construidas para suplir la creciente demanda de productos; pero en el último milenio el hombre ha cuestionado la utilización de fuentes no renovables de energía y ha crecido el interés por emplear fuentes renovables que son más amigables con el medio ambiente por su baja producción de gases de efecto invernadero.

Con respecto a la preocupación por el calentamiento global y los desenfrenados cambios climáticos que se han dado por la degradación de la atmósfera y la falta de tierra fértil, el ser humano ha creado formas de generar energía limpia entre ellas la energía eólica, solar, geotérmica, hidroeléctrica y mareomotriz. En los últimos años la generación de energía solar por medio de paneles fotovoltaicos ha incrementado considerablemente; en el 2015 el mercado de la energía solar aumento un 25 % con respecto al año anterior (177 a 227 gigavatios) [2].

Por su ubicación geográfica Colombia presenta uno de los índices de radiación solar más altos de la región, por lo que la implementación de sistemas fotovoltaicos es una alternativa viable para proporcionar energía eléctrica a las regiones no interconectadas y a brindar servicios auxiliares a la red de interconexión nacional. El país cuenta con una irradiación promedio de  $4,5 \text{ kWh/m}^2/\text{d}$ , la cual supera el promedio mundial de  $3,9 \text{ kWh/m}^2/\text{d}$ , además presenta vientos localizados de velocidades medias en el orden de  $9 \text{ m/s}$  (a 80 m de altura) para el caso particular del departamento de La Guajira [3].

La herramienta más conocida para captar la energía solar y transformarla en energía eléctrica son los paneles solares fotovoltaicos. Estos elementos generan corrientes y voltajes *dc* por lo que se requiere de convertidores que permitan la integración con la red de tipo *ac*. En la generación de energía a través de paneles solares y conexión de esta energía a la red, se necesitan varios elementos como lo son: los paneles, reguladores de carga, inversores, baterías, convertidores y demás elementos. La función de los paneles es captar la energía proveniente del sol y transformarla en *dc*, esta corriente se almacena en una batería la cual mantiene su carga estable a través del regulador de energía, seguidamente la corriente pasa a través del inversor para posteriormente conectar el sistema a la red (Ver Figura 1.1).

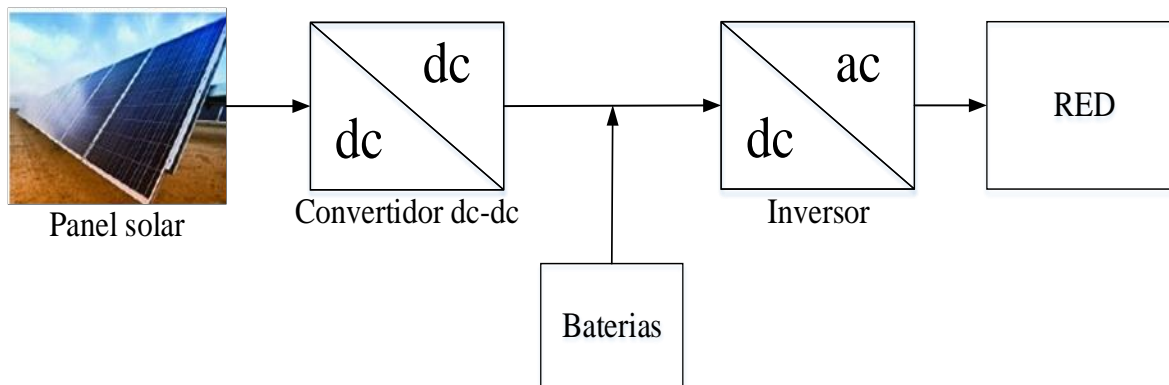


Figura 1.1 Conexión de paneles fotovoltaicos a la red

Los conversores son elementos que basan su operación en la electrónica de potencia, su función es transformar  $dc$  a  $ac$  o viceversa también de  $dc$  que transforma una tensión en otra ( $dc - dc$ ); la corriente de salida puede ser ajustada dependiendo de la necesidad.

Con respecto a los inversores, existen diferentes configuraciones para la conexión de los sistemas solares fotovoltaicos a la red eléctrica. Variables como potencia, nivel de tensión, aplicación, entre otros definen el tipo de configuración a implementar; en las diferentes configuraciones puede haber uno o varios inversores dependiendo de la configuración del sistema. Estos elementos deben cumplir una serie de características, como asegurar una señal de buena calidad, sincronizarse con la red, o desconectar el generador de la red, en caso de que se haya suspendido el servicio [4].

Para grandes sistemas fotovoltaicos, el conversor centralizado es la topología más empleadas debido a que la conexión en serie de las celdas fotovoltaicas puede generar una tensión lo suficientemente alta para evitar el uso de transformadores o convertidores elevador [4]. En aplicaciones de baja potencia, el micro-inversor es ampliamente utilizado debido a su alta eficiencia y bajo volumen. Diferentes topologías de inversores han sido propuestas en el diseño de micro-inversores. Entre ellas se destaca la topología que emplea circuitos resonantes con el fin de disminuir las pérdidas a altas frecuencias. En los convertidores resonantes, el principio de funcionamiento se basa en la curva de ganancia característica del tanque resonante, en donde la variación de frecuencia de conmutación cambia la impedancia del tanque y por lo tanto la ganancia del sistema [5].

Los conversores  $dc - dc$  aislados de alta frecuencia están constituidos básicamente por tres etapas como lo muestra la Figura 1.2. En el inversor la señal continua de entrada se invierte obteniendo así una señal cuadrada que pasa por el transformador, elemento que permite el aislamiento galvánico, después, en el rectificador, la señal se rectifica y posteriormente un filtro pasabajo disminuye el rizado [5].

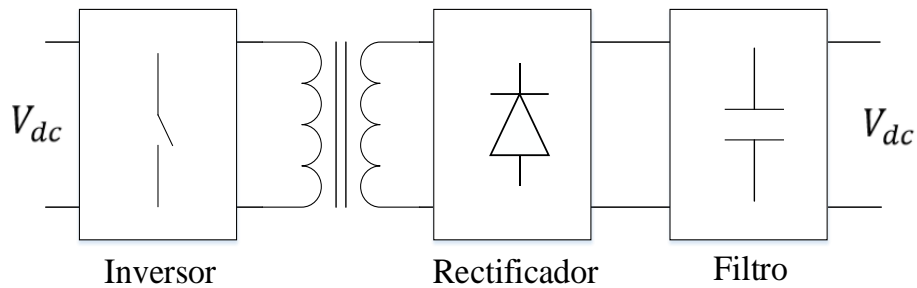


Figura 1.2 Estructura general de un convertidor  $dc - dc$  aislado

Los convertidores resonantes están formados por un inductor en serie a la carga y un condensador que puede estar en serie (SRC) o en paralelo (PRC) a la carga, entre sus características están el aumentar tanto la eficiencia como la densidad de potencia. Ambos convertidores regulan la tensión de salida variando la frecuencia de conmutación  $f_{sw}$ , por lo que la impedancia del tanque resonante cambia [5].

Los convertidores multi-resonantes tienen varias características deseadas tales como alta eficiencia y bajo volumen. En su topología este tipo de convertidores poseen más de dos elementos resonantes. Entre las topologías más comunes de estos convertidores se encuentran la LCC y la LLC [5].

## 1.2 Generación Distribuida [7]

Como modelo alternativo al sistema eléctrico convencional en donde la generación se concentra en unas centrales eléctricas, surge la generación distribuida (GD); este nuevo modelo se define como la generación de energía eléctrica a pequeña escala que se conecta a la red de distribución y se caracteriza por encontrarse instalada cerca a los centro de consumo trayendo consigo beneficios al suministro de energía como lo son la reducción de pérdidas, mejoramiento de la calidad de la energía (tensión, frecuencia, estabilidad de la tensión, suministro de potencia reactiva y corrección del factor de potencia), mayor continuidad y confiabilidad, además de la reducción de emisiones atmosféricas. Este modelo favorece el desarrollo de fuentes de energía más limpias como la solar, eólica y mareomotriz.

La generación distribuida nace como respuesta a problemas como dificultad en el trazado de nuevas líneas de transmisión, aumento de la demanda de electricidad, mejoramiento de la confiabilidad y las políticas ambientales. En esta generación se encuentran ciertas barreras como lo son una inversión inicial alta, potencias bajas y fluctuantes.

## 1.3 Smart-Grids [8]

La Smart-Grid es un esquema que combina diversas tecnologías, especialmente aquellas vinculadas a la comunicación y al control, para transformar la red eléctrica actual en un modelo de generación distribuida más eficiente e íntegra que mejore la seguridad y calidad de la energía consumida. Para la implementación de Smart-Grid es adecuado entender como las tecnologías de redes inteligentes pueden ser integradas en un sistema benéfico para los proveedores de servicios públicos, los operadores de las TIC y los usuarios; generando mercados y nuevos modelos de negocios.

Los aspectos más interesantes y prometedores en el avance hacia una red más inteligente son el soporte de flujo de energía bidireccional, la capacidad de interacción directa con el usuario, el desarrollo de sistemas de medición avanzada, la ciber-seguridad y el soporte de carga de automóviles eléctricos y su uso como gran sistema de almacenamiento distribuido.

## 1.4 Energía Solar

Por su posición geográfica Colombia, ubicado en la zona ecuatorial, cuenta con radiación solar constante en determinadas zonas del territorio, uno de los elementos claves para convertirse en generador de energía solar. Este efecto puede durar las 12 horas al día, registrando incluso los índices más altos a nivel mundial. Por lo que con una menor cantidad de paneles solares, a diferencia de otros países, es posible abastecer una casa o edificio, haciéndolo más económico y eficiente a largo plazo.

Colombia tiene suficientes recursos de energía solar por su ubicación, pero el país se encuentra en una región compleja de los andes donde los climas cambian frecuentemente. La radiación media es  $4,5 \text{ kWh/m}^2$  y el área con mejor recurso solar es la península de la guajira, con  $6 \text{ kWh/m}^2$  de radiación [9].

Una aproximación a la disponibilidad promedio multianual de energía solar por regiones se presenta en la tabla 1.1:

Tabla 1.1 Radiación solar en algunas regiones de Colombia [9]

Región del país	Radiación solar $\text{kWh/m}^2$ anual
Guajira	2.190
Costa Atlántica	1.825
Orinoquia	1.643
Andina	1.643
Costa pacifica	1.278
amazonia	1.551

## 1.5 Paneles Fotovoltaicos

Un panel fotovoltaico (FV) es una placa rectangular, formada por un conjunto de células fotovoltaicas protegidas por un marco de vidrio y aluminio anodizados. La función principal de un panel fotovoltaico es la de soportar mecánicamente a las células fotovoltaicas y de protegerlas de los efectos degradables de la intemperie [10]. La vida útil de un panel fotovoltaico puede llegar a los 25 años [4], aunque los fabricantes otorgan garantías de 20 años. El mantenimiento típico consiste de una limpieza del vidrio para prevenir que las células fotovoltaicas no puedan capturar la radiación solar.

Los paneles fotovoltaicos proporcionan tensiones de salida de 12 V, 20 V, 24 V y 30 V, dependiendo del número de células fotovoltaicas. Se necesita conectar 24 células en serie para alcanzar una tensión nominal de salida de 12V. La mayoría de paneles fotovoltaicos comerciales contienen alrededor de 36 células fotovoltaicas. La potencia de salida de un panel fotovoltaico indica la capacidad de generar electricidad en condiciones óptimas de operación. La tendencia de la industria es ofrecer paneles con potencias de salida elevadas,

pero se pueden encontrar en el mercado paneles fotovoltaicos de baja potencia (desde 5 W), de potencia media (55 W), y, de alta potencia (hasta 160 W) [10].

Se clasifican los paneles fotovoltaicos de acuerdo a su forma en paneles con sistema de concentración, de formato teja o baldosa y bifaciales. La elección del tipo de panel s fotovoltaico depende del tipo de instalación, de la potencia que se espera conseguir, de la superficie disponible y de la orientación [10].

## 1.6 Inversores.

Los inversores han revolucionado la vida cotidiana de las personas ya que proporcionan corriente alterna o continua en cualquier tiempo y lugar. El inversor es una parte fundamental de una instalación fotovoltaica conectada a la red, por ello debería ser una de las partes de mayor eficiencia. Con el fin de aumentar la eficiencia, los inversores deben seguir el punto de máxima potencia, trabajar con el máximo rendimiento, eliminar armónicos, sincronizarse con la red y cumplir con las normas de seguridad.

Con respecto a la topología puede haber uno o varios inversores dependiendo de la configuración del sistema. Una clasificación general de los inversores fotovoltaicos conectados a red son: Inversores centrales, inversores descentralizados e inversores multirrama.

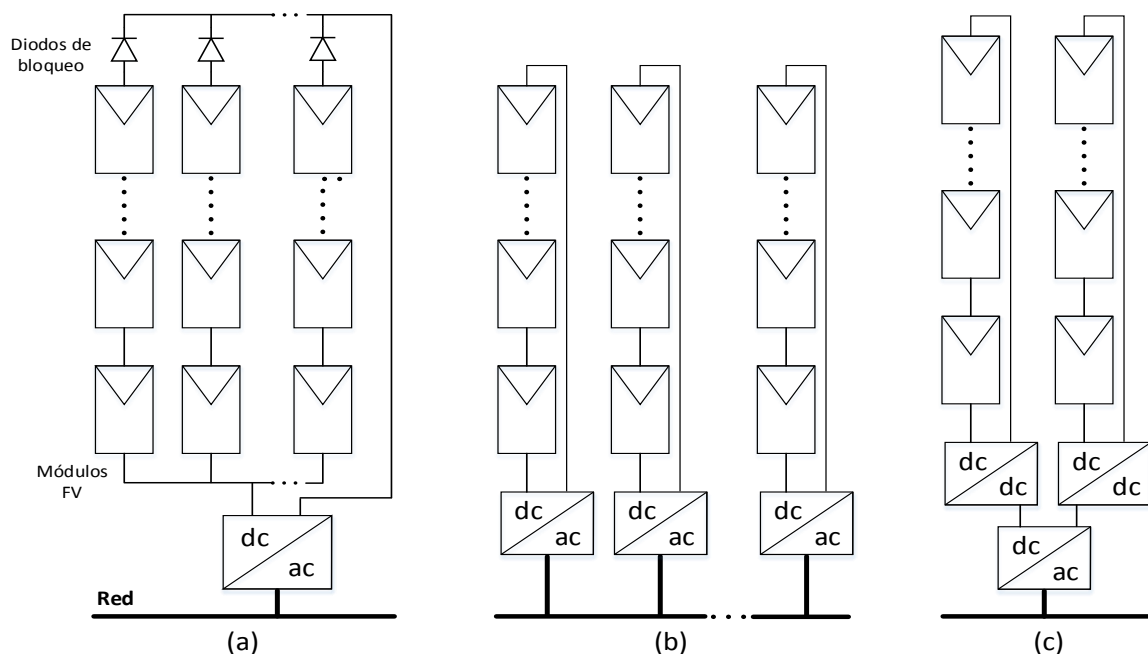


Figura 1.3 Topología centralizada (a), topología descentralizada (b) y topología multirrama (c).

En los inversores centralizados un conjunto de paneles se conectan en serie (para aumentar la tensión) y los diferentes conjuntos se conectan en paralelo (para alcanzar altos niveles de corriente) como se indica en la Figura 1.3a; con este tipo de conexión en donde existe una alta tensión y alta corriente se consigue una alta potencia en todo el sistema; si dicha potencia

es lo suficientemente alta no es necesario usar transformador o convertidor elevador. En los inversores descentralizados existen varios inversores conectados en ramas; para este sistema a cada conjunto de paneles conectados en serie le corresponde un inversor como se muestra en la Figura 1.3b; al igual que en el modelo anterior, la conexión del número determinado de paneles permite que no sea necesario usar transformador o convertidor elevador; en este inversor la utilización de diferentes convertidores  $dc - dc$  permite la desconexión de las ramas dañadas sin tocar al sistema global; las ramas fotovoltaicas pueden tener diferentes orientaciones, facilitando así su adecuación a cualquiera tipo de terreno. La topología multirrama es la combinación de las dos topologías anteriores. En esta topología un conjunto de paneles conectados en serie está acoplado a un inversor  $dc - dc$  y varios de estos sistemas se conectan a un inversor  $dc - ca$  como se muestra en la Figura 1.3c [4].

## 1.7 Esquema de la Tesis

Mediante este proyecto se pretende desarrollar actividades de investigación e innovación, las cuales permitan entender la importancia de la electrónica de potencia y del control en los sistemas eléctricos. Para ello se analiza el conversor  $dc - dc$  tipo LLC y el mejor controlador aplicable a dicho dispositivo con el fin de mejorar las características de la energía convertida por un panel solar fotovoltaico. El documento se divide en 5 capítulos: En el primer capítulo se hace una breve introducción a las energías renovables con énfasis en el aprovechamiento de la energía proveniente del sol, en la segunda sección se analizan las ventajas del convertidor frente a otras topologías y se aplica una metodología de siete pasos para obtener el modelo de espacio de estados que lo describe de la mejor forma, en el siguiente numeral se estudia el control por realimentación de las variables de estado y el control predictivo para luego, en el cuarto capítulo, ser aplicados individualmente al diseño previamente obtenido; en su último capítulo el texto finaliza contrastando el desempeño de cada controlador y concluyendo al respecto.

## 2 DISEÑO DE UN CONVERTIDOR LLC

Este capítulo inicia con un análisis teórico sobre las ventajas del convertidor multiresonante LLC por encima de los demás convertidores, luego se describe una metodología de siete pasos para obtener el modelo de espacio de estado del convertidor de tal forma que las variables matemáticas representen lo mejor posible los fenómenos físicos del dispositivo.

### 2.1 Introducción

En los semiconductores, las pérdidas de conmutación se generan cuando en los cambios de estado se superponen la tensión y la corriente entre el drenador y la fuente. Una de las metodologías para disminuir dichas pérdidas es la conmutación suave en la que se desfasan las transiciones entre los parámetros mencionados, consiguiendo que uno de ellos tenga un valor cercano a cero mientras el otro conmuta. Se conocen dos formas de lograr la conmutación suave: el ZCS en donde la conmutación se realiza cuando la corriente es nula y el ZVS en el cual la tensión es nula [5].

En el diseño del convertidor estudiado se considera el puente de transistores MOSFET para el ZVS, en la que se disminuyen las pérdidas y se mejora la eficiencia del convertidor.

Por otra parte la dinámica del convertidor LLC se analiza con el modelo de pequeña señal donde se reemplaza cada elemento por un equivalente lineal que modela la respuesta a pequeñas perturbaciones, además se utiliza la técnica de función de descripción extendida o extended describing function (EDF) que permite comprender, analizar, mejorar y diseñar el comportamiento de sistemas no lineales.

### 2.2 Conversores Resonantes

Los convertidores resonantes son aquellos que en su topología involucran elementos almacenadores de energía como capacitores e inductores, los cuales se encuentran en resonancia para obtener grandes eficiencias a frecuencias de conmutación ( $f_{sw}$ ) elevadas permitiendo que los interruptores conmuten a ZVS y/o ZCS durante los instantes de transición. Los convertidores son ampliamente empleados en aplicaciones como: conversores  $dc - dc$ , equipos de tratamientos térmicos por autoinducción, excitadores de lámparas de gas para iluminación y convertidores de  $dc - ac$  (conocidos como inversores) [5].

Existen dos tipos de convertidores resonantes, los SRC y los PRC; ambos convertidores involucran un inductor en serie a la carga y un condensador que puede estar conectado en serie (caso de los SRC) o en paralelo (para los PRC). En la Figura 2.1a se muestra la topología del SRC, mientras que en la Figura 2.1b se muestra la topología PRC. El inductor  $L_r$  y el condensador  $C_r$  forman el tanque resonante, mientras que  $R_e$  es la carga equivalente vista desde el primario. La tensión aplicada  $V_g$  es la señal cuadrada saliente de un inversor.

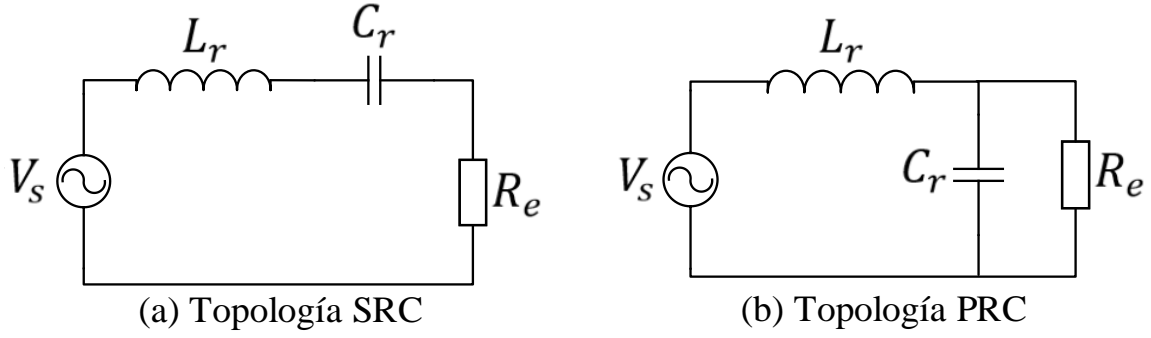


Figura 2.1 Configuraciones de los tanques resonantes tipo SRC (a) y PRC (b)

Para ambos convertidores la ecuación que describe la frecuencia de resonancia ( $f_r$ ) es:

$$f_r = \frac{1}{2\pi * \sqrt{L_r * C_r}} = \frac{\omega_r}{2\pi} \quad (2.1)$$

A continuación se estudiará el comportamiento de los convertidores resonantes SRC y PRC analizando las variaciones en la curva de ganancia ante diferentes valores de calidad. Las funciones usadas para dicho análisis están basadas en [5].

Suponiendo una carga puramente resistiva, la función de transferencia en el dominio de Laplace para los convertidores SRC queda descrita como en (2.2):

$$H_{SRC} = \frac{R_e}{R_e + sL_r + \frac{1}{sC_r}} = \frac{\frac{s}{Q_e\omega_r}}{1 + \frac{s}{Q_e\omega_r} + \frac{s^2}{\omega_r^2}} \quad (2.2)$$

En este tipo de convertidores, la ganancia es menor a 1 y la tensión de salida depende de la impedancia del tanque resonante.

En (2.3) se describe la ganancia de la función de transferencia de la topología SRC, con respecto a la frecuencia de conmutación normalizada y al factor de calidad.

$$M_{SRC} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_e^2 * \left(\frac{1}{f_n} - f_n\right)^2}} \quad (2.3)$$

donde  $f_n$  es la frecuencia de conmutación normalizada y  $Q_e$  es el factor de calidad



$$f_n = \frac{f_{sw}}{f_r} \quad (2.4)$$

$$Q_e = \frac{\sqrt{\frac{L_r}{C_r}}}{R_e} \quad (2.5)$$

La Figura 2.2 muestra el comportamiento de  $M_{SRC_{pu}}$  con respecto a  $f_{n_{pu}}$  en un dominio de 0.2  $pu$  a 2  $pu$  para factores de calidad entre 0.5 y 2. Dada la tendencia creciente de la curva de ganancia para valores de  $f_n$  menores a 1  $pu$  y decreciente para frecuencias mayores a este valor, se observa que para  $f_{sw}$  menores a  $f_r$  los convertidores SCR tienen un comportamiento capacitivo (donde se produce ZCS), mientras que para  $f_{sw}$  mayores el sistema se comporta de forma inductiva (condición propicia para el ZVS).

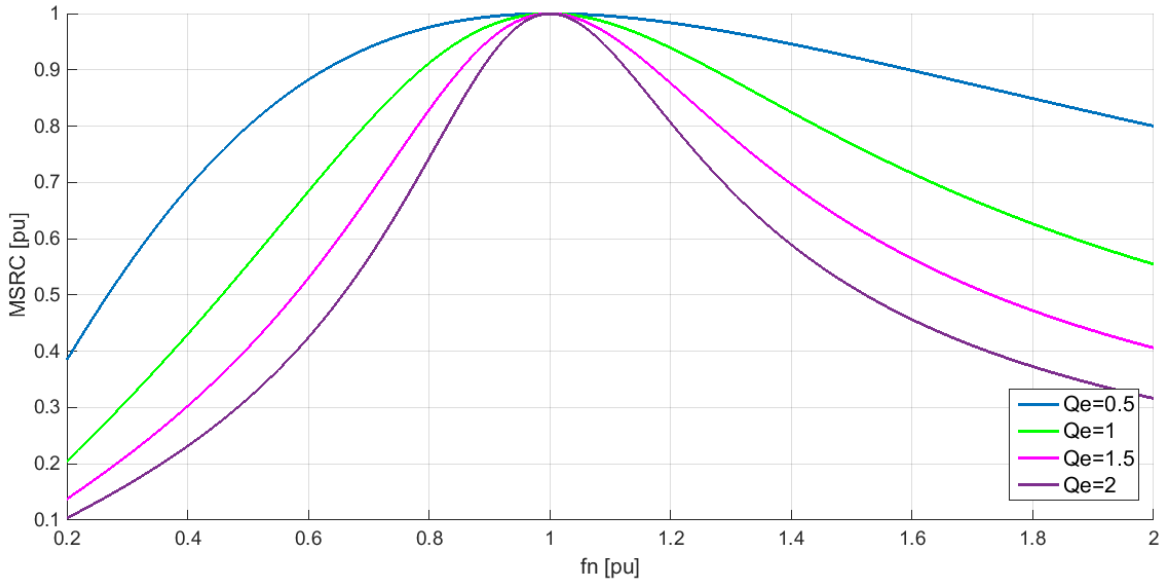


Figura 2.2 Curvas de ganancia del convertidor SRC para diferentes valores de calidad

Esta topología debe aplicarse a sistemas de elevadas tensiones y bajas corrientes por las desventajas que presenta, entre las cuales se enlistan las pérdidas provocadas por el cierre de los diodos antiparalelos en el fenómeno de recuperación inversa, el limitado control a bajas cargas por el amplio rango en que puede variar  $f_r$ , la necesaria presencia de carga para regular la señal de salida y las corrientes elevadas que debe tener el filtro para conservar la tensión continua.

Haciendo un análisis similar para los convertidores tipo PRC; la ganancia de esta topología viene definida por (2.6):

$$H_{PRC} = \frac{\frac{\frac{R_e}{sC_r}}{R_e + \frac{1}{sC_r}}}{sL_r + \frac{\frac{R_e}{sC_r}}{R_e + \frac{1}{sC_r}}} = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_r} Q_e + \frac{s^2}{\omega_r^2}} \quad (2.6)$$

En este caso la ganancia del sistema será como en (2.7):

$$M_{PRC} = \frac{1}{\sqrt{(1 - f_n^2)^2 + Q_e^2 f_n^2}} \quad (2.7)$$

La Figura 2.3 muestra el comportamiento de  $M_{PRC_{pu}}$  para  $f_{n_{pu}}$  de entre 0 pu y 2 pu con factores de calidad de 0.3, 0.5, 1 y 2.

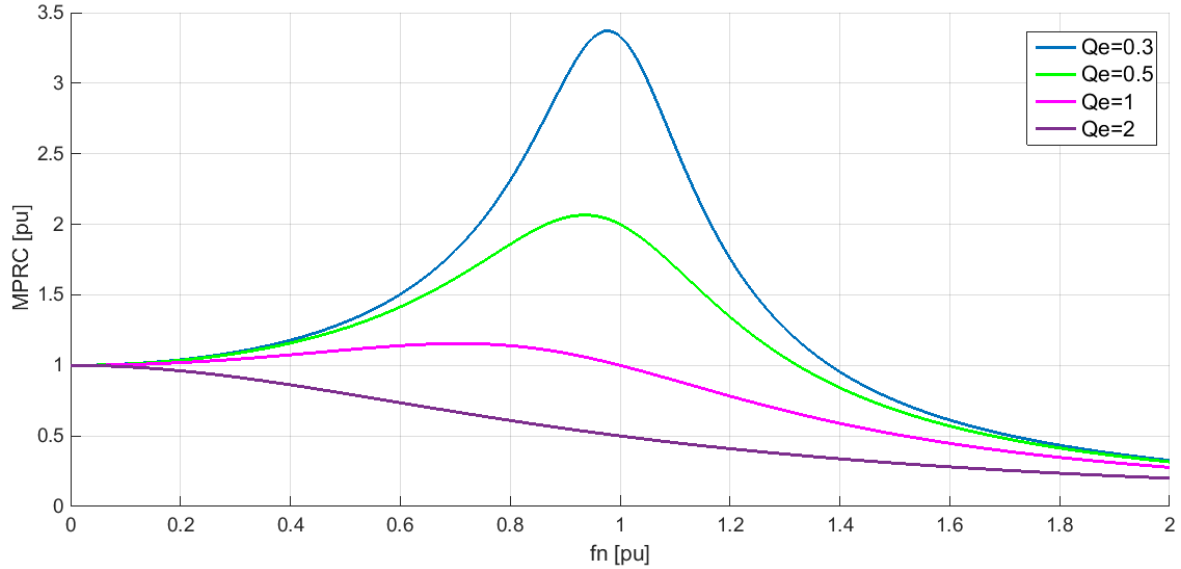


Figura 2.3 Curvas de ganancia del convertidor PRC para diferentes valores de calidad

Haciendo un análisis similar al del SCR se tiene que para factores de calidad menores a  $\sqrt{2}$  ocurre igual en la topología PRC que en la SRC, a  $f_{sw}$  menores a  $f_r$  el sistema se comporta de forma capacitiva y para  $f_{sw}$  mayores a  $f_r$  de forma inductiva; para factores de calidad mayores a  $\sqrt{2}$  el tanque resonante tiene comportamiento inductivo sin importar su frecuencia.

Gracias a que en el PRC el inductor limita la corriente circulante, el circuito se protege de posibles cortocircuitos; sin embargo, a altas tensiones la apertura de los interruptores aumentan las pérdidas del sistema.

Con el fin de evitar pérdidas en el circuito debido a la recuperación inversa de los diodos y tener un mejor control del convertidor, ambas topologías de convertidores resonantes deben trabajar en la zona inductiva.

### 2.3 Convertidores Multiresonantes

A diferencia de los convertidores resonantes que tienen dos elementos reactivos en su tanque, los convertidores multiresonantes poseen tres elementos que participan en su composición; a causa de esto poseen no una sino dos frecuencias de resonancia. Las topologías que conforman este grupo son la LCC y la LLC. En la Figura 2.4a se enseña la configuración de la topología LCC, y en la Figura 2.4b la topología LLC. Nótese que en el conversor LLC el elemento resonante conectado en paralelo con la carga es un inductor, este elemento se denomina  $L_m$  ya que en caso de utilizar un transformador de aislamiento la inductancia de magnetización puede ser usada como tercer elemento para el convertidor, esto aumenta la densidad de potencia del dispositivo y disminuye el coste. La ganancia de estos convertidores está determinada por el valor de calidad y la relación entre los elementos resonantes del mismo tipo que conforman el sistema.

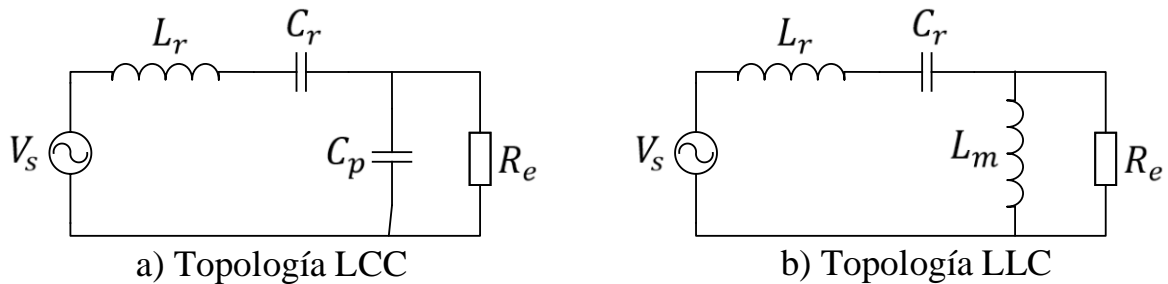


Figura 2.4 Configuraciones de los tanques resonantes tipo LCC (a) y LLC (b)

En la presente sección se estudian las curvas de ganancia de ambos convertidores ante diferentes valores de calidad y de diseño del tanque. Las funciones usadas a continuación se basan de la descripción hecha en [5]

Las frecuencias del convertidor LCC son  $f_r$  y  $f_p$ , la primera se enseña en 2.8 y se debe a los componentes  $L_r$  y  $C_r$ ; mientras que la segunda se muestra en 2.9 y se debe a la acción de los tres elementos reactivos.

$$f_r = \frac{1}{2\pi * \sqrt{L_r C_r}} = \frac{\omega_r}{2\pi} \quad (2.8)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi * \sqrt{L_r * \frac{C_r C_p}{C_r + C_p}}} = \frac{\omega_p}{2\pi} \quad (2.9)$$

Tomando  $f_r$  como frecuencia base para la normalización, se determina (2.10) como función de transferencia del convertidor y (2.11) como su ganancia

$$H_{LCC} = \frac{\frac{\frac{R_e}{sC_p}}{R_e + \frac{1}{sC_p}}}{sL_r + \frac{1}{sC_r} + \frac{\frac{R_e}{sC_p}}{R_e + \frac{1}{sC_p}}} = \frac{1}{C_n \left[ \frac{C_n + 1}{C_n} + \left( \frac{s}{\omega_r} \right)^2 \right] + Q_e \left[ \frac{s}{\omega_r} + \frac{\omega_r}{s} \right]} \quad (2.10)$$

$$M_{LCC} = \frac{1}{\sqrt{C_n^2 \left[ \frac{C_n + 1}{C_n} - f_n^2 \right]^2 + Q_e^2 \left[ f_n - \frac{1}{f_n} \right]^2}} \quad (2.11)$$

donde  $C_n$  es el ratio entre condensadores y  $Q_e$  el factor de calidad del LCC

$$C_n = \frac{C_p}{C_r} \quad (2.12)$$

$$Q_e = \frac{\sqrt{\frac{L_r (C_p + C_r)}{C_p * C_r}}}{R_e} \quad (2.13)$$

En la Figura 2.5 se divide en cuatro gráficas, dependiendo del valor de  $C_n$  (0.2, 0.4, 0.8 y 1.6), cada gráfica contiene cuatro curvas según el valor de  $Q_e$  (0.2, 0.4, 0.8 y 1.6) cuando  $f_n$

varía entre 0.5 y 3 pu. En dicha figura se observa como la frecuencia de trabajo de los convertidores LCC debe ser mucho mayor a la frecuencia de resonancia del circuito para que el sistema trabaje en la zona inductiva y así se pueda lograr ZVS. Este convertidor permite tener un mejor control cuando la carga es baja, ventaja que lo hace superior a los convertidores resonantes, además su ganancia es independiente de  $f_r$ , pero se encuentra en la zona capacitiva donde no se puede conseguir el ZVS; es por esto que se propone la topología LLC.

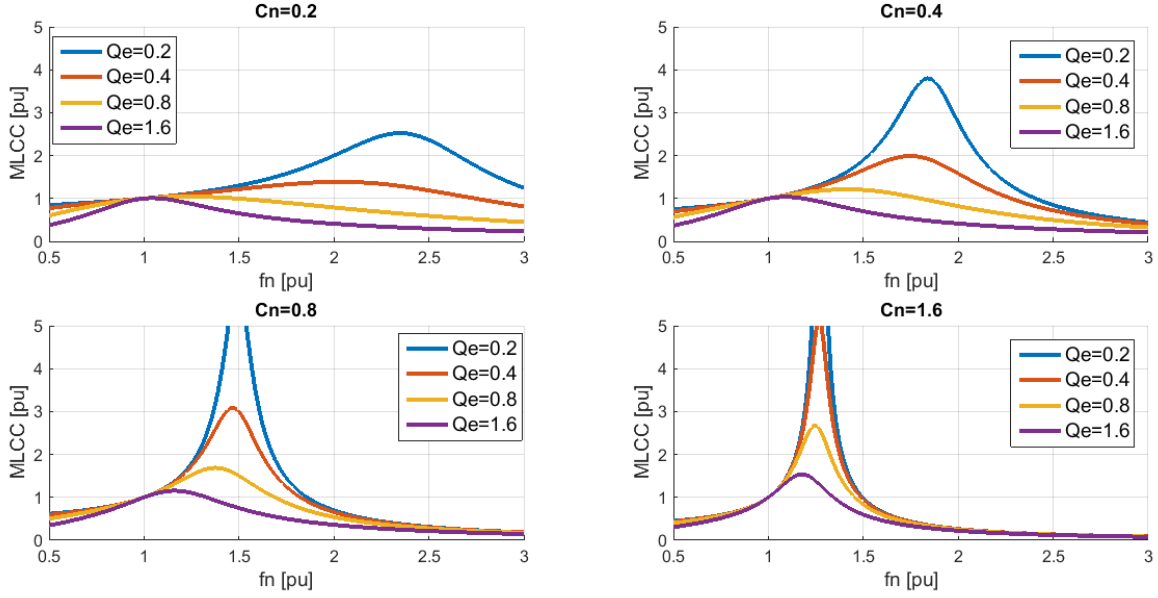


Figura 2.5. Curvas de ganancia del convertidor LCC para diferentes valores de  $Q_e$  y de  $C_n$

Las dos frecuencias del conversor LLC son  $f_r$  y  $f_p$  y al igual que en el LCC, la primera se debe al efecto de  $L_r$  y  $C_r$  mientras que la segunda se debe al efecto de los tres elementos combinados. Ambas se presentan en (2.14) y (2.15) respectivamente.

$$f_r = \frac{1}{2\pi * \sqrt{L_r C_r}} = \frac{\omega_r}{2\pi} \quad (2.14)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi * \sqrt{C_r (L_r + L_m)}} = \frac{\omega_p}{2\pi} \quad (2.15)$$

En (2.16) se describe la función de transferencia de este convertidor y en (2.17) la ganancia del tanque.

$$H_{LCC} = \frac{\frac{sL_m R_e}{R_e + sL_m}}{sL_r + \frac{1}{sC_r} + \frac{sL_m R_e}{R_e + sL_m}} = \frac{1}{\left[1 + L_n + \left(\frac{\omega_r}{s}\right)^2\right] \frac{1}{L_n} + Q_e \left[\frac{s}{\omega_r} + \frac{\omega_r}{s}\right]} \quad (2.16)$$

$$M_{LCC} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + L_n - \frac{1}{f_n^2}\right]^2 \frac{1}{L_n^2} + Q_e^2 \left[f_n - \frac{1}{f_n}\right]^2}} \quad (2.17)$$

donde  $L_n$  es el ratio entre inductores y  $Q_e$  el factor de calidad del LCC

$$L_n = \frac{L_m}{L_r} \quad (2.18)$$

$$Q_e = \frac{\sqrt{\frac{L_r}{C_r}}}{R_e} \quad (2.19)$$

La Figura 2.6 se divide en cuatro gráficas, para cuatro valores de  $L_n$  (0.2, 0.4, 0.8 y 1.6), cada gráfica tiene cuatro curvas que corresponden a un valor de  $Q_e$  (0.2, 0.4, 0.8 o 1.6). En esta Figura se observa como el convertidor LLC, a diferencia de todos los anteriores, tiene la frecuencia de trabajo en la zona inductiva de la curva permitiendo el ZVS en todo el rango de frecuencias y por ende reduciendo las pérdidas del circuito.

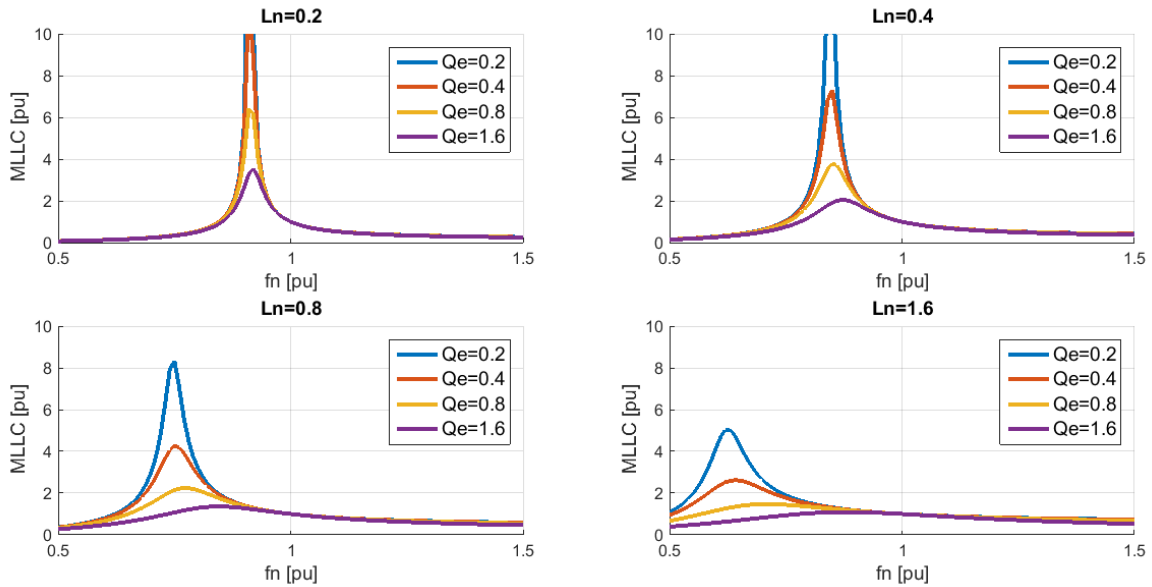


Figura 2.6. Curvas de ganancia del convertidor LLC para diferentes valores de  $Q_e$  y de  $L_n$

Entre las ventajas ya mencionadas de este convertidor se incluye el bajo costo del dispositivo y el aumento en su densidad de potencia cuando al sistema se integra un transformador de aislamiento, la regulación de la salida frente a fuertes cambios en la entrada o en la carga con un rango de frecuencias reducido.

En lo que resta del capítulo se profundizará en el diseño del convertidor LLC con el fin de obtener un modelo matemático que describa de la forma más completa posible al dispositivo.

## 2.4 Topología del Convertidor Resonante LLC

La topología del conversor resonante LLC se ilustra en la Figura 2.7, allí se distingue la configuración de medio puente a la entrada, el tanque resonante, el filtro de salida y la etapa de control.

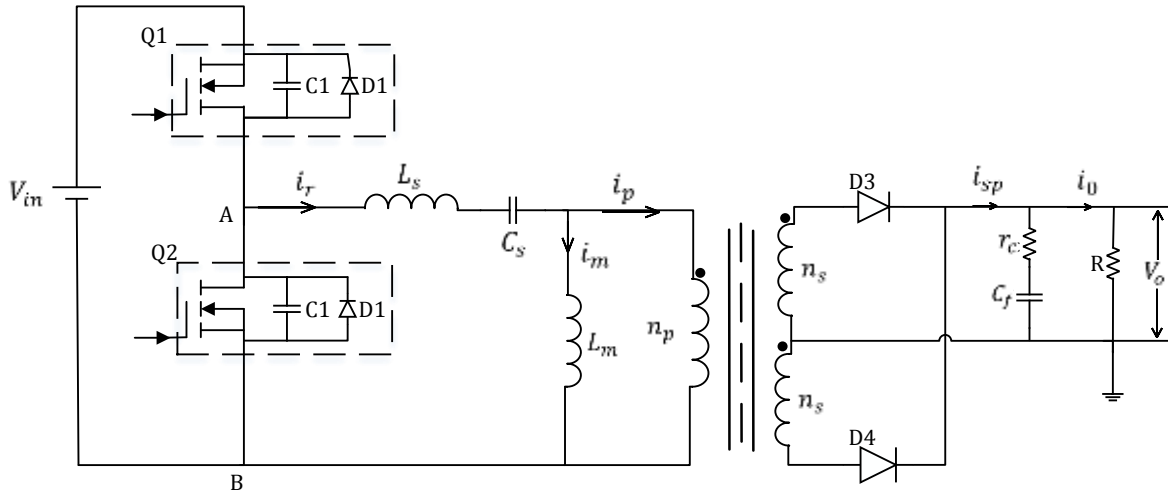


Figura 2.7 Conversor resonante LLC

La corriente del inductor del tanque resonante ( $i_r$ ), la tensión del capacitor del tanque ( $v_{cr}$ ), la corriente por el inductor de la rama de magnetización del transformador ( $i_m$ ) y la tensión del lado primario del transformador contienen armónicos que deben tenerse en cuenta, por ello en el modelo se consideran dichos elementos. Por las anteriores consideraciones se tiene que el tanque resonante lo componen  $L_s$ ,  $C_s$  y  $L_m$ .

## 2.5 Metodología Para Determinar la Función de Transferencia

Los convertidores  $dc - dc$  resonantes son sistemas no lineales, un modelo dinámico del sistema ayuda a determinar el modelo de pequeña señal linealizado. Con los siete pasos descritos en [11] y estudiados a continuación se obtiene el modelo de espacio de estado del convertidor.

### 2.5.1 Paso 1: Determinación de las Ecuaciones de Estado No Lineales

En la Figura 2.8 se enseña el modelo de pequeña señal del convertidor donde se simplifica el diseño instalando la fuente  $V_{AB}$  como respuesta a la tensión cuadrada que da la configuración de medio puente al tanque resonante.

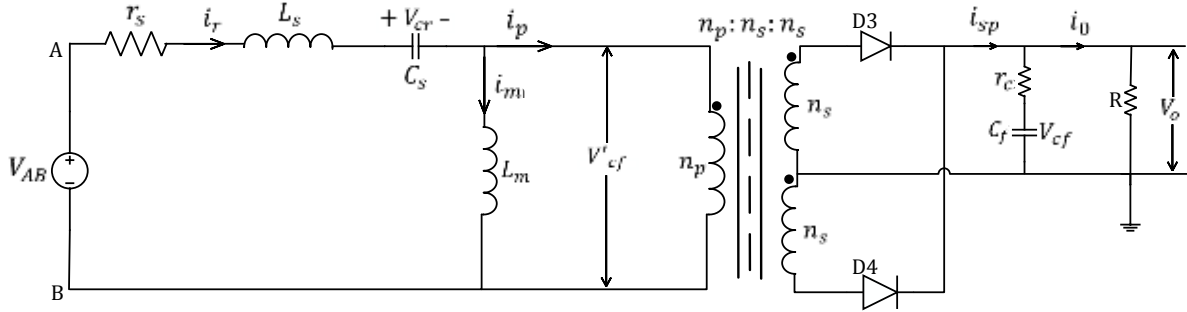


Figura 2.8 Equivalente de pequeña señal del conversor resonante LLC

Aplicando las leyes de Kirchhoff al circuito anterior se obtienen las ecuaciones que describen la tensión del tanque resonante ( $V_{AB}$ ), la tensión a la salida del convertidor ( $V_o$ ) y la corriente en el lado secundario del transformador ( $i_{sp}$ ). Se debe tener en cuenta que en este modelo los condensadores se sustituyen por cortocircuito y las fuentes de tensión constantes se llevan a tierra.

Tensión en el tanque resonante:

$$V_{AB} = L_s \left( \frac{di_r}{dt} \right) + i_r r_s + v_{cr} + \text{sgn}(i_p) v'_{cf}, \quad (2.20)$$

donde

$$\text{sgn}(i_p) = \begin{cases} -1, & \text{if } v'_{cf} < 0 \\ 1, & \text{if } v'_{cf} \geq 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

La corriente en el lado secundario del transformador está dada por:

$$|i_{sp}| = \left( 1 + \frac{r_c}{R} \right) C_f \frac{dv_{cf}}{dt} + \frac{1}{R} v_{cf} \quad (2.22)$$



Tensión de salida es:

$$v_0 = r'_c * abs(i_{sp}) + \frac{r'_c}{r_c} v_{cf} \quad (2.23)$$

La no linealidad presente en (2.20), (2.21) y (2.23) proviene de los términos  $sgn(i_p)V'_{cf}$  y  $|i_{sp}|$

### 2.5.2 Paso 2: Aproximación de los Armónicos

Las expresiones de la corriente en el inductor resonante ( $i_r(t)$ ), la tensión en el capacitor resonante ( $v_{cr}(t)$ ) y la corriente de magnetización ( $i_m(t)$ ) se aproximan a sus componentes fundamentales mediante la descomposición de la segunda forma de las componentes de Fourier, mientras que la tensión y la corriente en la salida del filtro es aproximado a su valor dc; como se muestra (2.24) y (2.25);

$$\begin{aligned} i_r(t) &= i_s(t)\sin\omega_s t - i_c(t)\cos\omega_s t \\ v_{cr}(t) &= v_s(t)\sin\omega_s t - v_c(t)\cos\omega_s t \\ i_m(t) &= i_{ms}(t)\sin\omega_s t - i_{mc}(t)\cos\omega_s t \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_r}{dt} &= \left(\frac{di_s}{dt} + \omega_s i_c\right)\sin\omega_s t - \left(\frac{di_c}{dt} - \omega_s i_s\right)\cos\omega_s t \\ \frac{dv_{cr}}{dt} &= \left(\frac{dv_s}{dt} + \omega_s v_c\right)\sin\omega_s t - \left(\frac{dv_c}{dt} - \omega_s v_s\right)\cos\omega_s t \\ \frac{di_m}{dt} &= \left(\frac{di_{ms}}{dt} + \omega_s i_{mc}\right)\sin\omega_s t - \left(\frac{di_{mc}}{dt} - \omega_s i_{ms}\right)\cos\omega_s t \end{aligned} \quad (2.25)$$

### 2.5.3 Paso 3: Técnica de Función de Descripción Extendida (EDF) Para la Linealización

Esta técnica se utiliza con el fin de realizar la linealización. Los términos no lineales ( $sgn(i_p)V'_{cf}$  y  $|i_{sp}|$ ) provenientes de (2.20), (2.22) y (2.23) se pueden aproximar con este método. Las ecuaciones resultantes son las siguientes:

$$v_{AB}(t) = f_1(d, v_{in}) \sin\omega_s t \quad (2.26)$$

$$sgn(i_{sp})v'_{cf} = f_2(i_{ss}, i_{sp}, v'_{cf})\sin\omega_s t - f_3(i_{sc}, i_{sp}, v'_{cf})\cos\omega_s t \quad (2.27)$$

$$i_{sp} = f_4(i_{ss}, i_{sc}) \quad (2.28)$$

Las funciones  $f_1(d, v_{in})$ ,  $f_2(i_{ss}, i_{sp}, v'_{cf})$ ,  $f_3(i_{sc}, i_{sp}, v'_{cf})$  y  $f_4(i_{ss}, i_{sc})$  son llamadas las EDFs. Estas funciones dependen de los coeficientes de los armónicos de las variables de estado operando en el punto escogido y se pueden hallar usando la expansión no lineal de los términos de Fourier.

$$f_1(d, v_{in}) = \frac{2v_{in}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}d\right) = v_{es} \quad (2.29)$$

$$f_2(i_{ss}, i_{sp}, v'_{cf}) = \frac{4n}{\pi} \frac{i_{ps}}{i_{pp}} v_{cf} = v_{ps} \quad (2.30)$$

$$f_3(i_{sc}, i_{sp}, v'_{cf}) = \frac{4n}{\pi} \frac{i_{pc}}{i_{pp}} v_{cf} = v_{pc} \quad (2.31)$$

$$i_{pp} = \sqrt{i_{ps}^2 + i_{pc}^2} \quad (2.32)$$

#### 2.5.4 Paso 4: Balance de Armónicos

Este es un método en el dominio de la frecuencia que permite calcular la respuesta de estado estacionario de las ecuaciones diferenciales no lineales de un sistema. El método asume la solución como una combinación lineal de sinusoides y luego equilibra las sinusoides de corriente y de tensión para satisfacer las leyes de Kirchhoff

Así es como la componente seno y coseno de la tensión del tanque, la componente seno y coseno de la corriente en el tanque, la componente seno y coseno de la tensión primaria del transformador, la tensión en el condensador de salida y la tensión de salida quedan descritas como se muestran en (2.33), (2.34), (2.35), (2.36) y (2.37) respectivamente:

$$\begin{aligned} v_{es} &= L_s \left( \frac{di_s}{dt} + \omega_s i_c \right) + r_s i_s + v_s + \frac{4n}{\pi} \frac{i_{ps}}{i_{pp}} v_{cf} \\ v_{ec} &= L_s \left( \frac{di_c}{dt} + \omega_s i_s \right) + r_s i_c + v_c + \frac{4n}{\pi} \frac{i_{pc}}{i_{pp}} v_{cf} \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} i_s &= C_s \left( \frac{dv_s}{dt} + \omega_s v_c \right) \\ i_c &= C_s \left( \frac{dv_c}{dt} - \omega_s v_s \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$L_m \left( \frac{di_{ms}}{dt} + \omega_s i_{mc} \right) = \frac{4n}{\pi} \frac{i_{ps}}{i_{pp}} v_{cf} = V_{ps} \quad (2.35)$$

$$L_m \left( \frac{di_{mc}}{dt} - \omega_s i_{ms} \right) = \frac{4n}{\pi} \frac{i_{pc}}{i_{pp}} v_{cf} = V_{pc}$$

$$\left( 1 + \frac{r_c}{R} \right) C_f \frac{dv_{cf}}{dt} + \frac{1}{R} v_{cf} = \frac{2}{\pi} i_{sp} \quad (2.36)$$

$$v_0 = \frac{2}{\pi} r'_c i_{sp} + \left( \frac{r'_c}{r_c} \right) v_{cf} \quad (2.37)$$

Las anteriores ecuaciones no lineales describen el modelo de larga señal del convertidor que se muestra en la Figura 2.9.

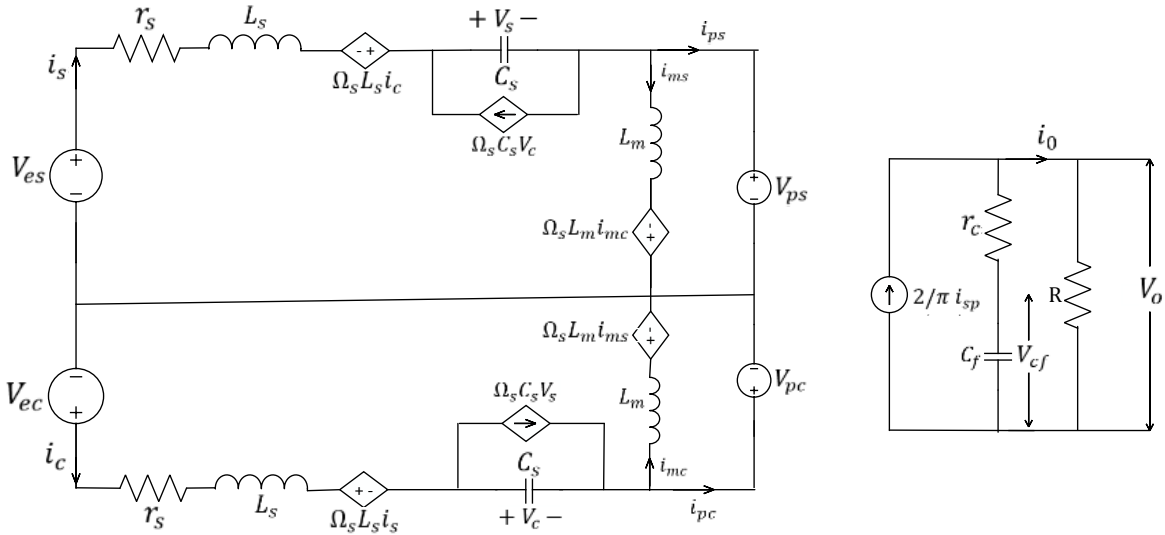


Figura 2.9 Modelo de gran señal del convertidor resonante LLC

### 2.5.5 Paso 5: Obtención del Punto de Operación

El modelo de larga señal se utiliza para obtener el punto de operación de estado estable. Para obtener los valores de estado estacionario las derivadas presentes en (2.34), (2.35) y (2.36) se vuelven cero para un punto de operación elegido. Las variables que conforman las ecuaciones para obtener el punto de operación se representan con letra mayúscula.

La corriente en el lado secundario del transformador es como se indica en (2.38). Sustituyendo este valor en (2.36) se obtiene la tensión en el capacitor del filtro referida al lado primario como se muestra en (2.39).

$$i_{sp} = \sqrt{i_{ss}^2 + i_{sc}^2} = n \sqrt{i_{ps}^2 + i_{pc}^2} = ni_{pp} \quad (2.38)$$

$$V'_{cf} = nV_{cf} = \frac{\pi}{4} I_{pp} R_e, \quad (2.39)$$

Donde  $R_e$  es la resistencia de la carga referida al lado primario del transformador indicada en la ecuación (2.40).

$$R_e = \frac{8}{\pi^2} n^2 R \quad (2.40)$$

Reemplazando (2.39) en (2.33), (2.34) y (2.35) se obtienen (2.41), (2.42) y (2.43) que describen el punto de operación del sistema.

$$\begin{aligned} (r_s + R_e)I_s + L_s \Omega_s I_c + V_s - R_e I_{ms} &= \frac{2}{\pi} V_{in} = V_{es} \\ -L_s \Omega_s I_s + (r_s + R_e)I_c + V_c - R_e I_{mc} &= 0 = V_{ec} \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} I_s - C_s \Omega_s V_c &= 0 \\ I_c + C_s \Omega_s V_s &= 0 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} R_e I_s - L_m \Omega_s I_{mc} - R_e I_{ms} &= 0 \\ L_m \Omega_s I_{ms} + R_e I_c - R_e I_{mc} &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Para obtener las variables de estado de los elementos del tanque resonante en estado estacionario se modela (2.41), (2.42) y (2.43) como se muestra en la ecuación (2.44)

$$\begin{aligned} X * Y &= U_0 \\ Y &= X^{-1} * U_0, \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde

$$X = \begin{bmatrix} r_s + R_e & L_s \Omega_s & 1 & 0 & -R_e & 0 \\ -L_s \Omega_s & r_s + R_e & 0 & 1 & 0 & -R_e \\ 1 & 0 & 0 & -C_s \Omega_s & 0 & 0 \\ 0 & 1 & C_s \Omega_s & 0 & 0 & 0 \\ R_e & 0 & 0 & 0 & -R_e & -L_m \Omega_s \\ 0 & R_e & 0 & 0 & L_m \Omega_s & -R_e \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$U_0 = \begin{bmatrix} V_{es} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} I_s \\ I_c \\ V_s \\ V_c \\ I_{ms} \\ I_{mc} \end{bmatrix}$$

### 2.5.6 Paso 6: Perturbaciones y Linealización de las Ecuaciones de Balance de Armónicos

El modelo linealizado del sistema se puede obtener agregando perturbaciones a las ecuaciones del modelo de larga señal sobre el punto de operación elegido y eliminando los términos de orden superior. El sistema (2.34), (2.35) y (2.36) son de la forma  $x' = f(x(t), u(t))$  donde  $x(t)$  son las variables no lineales del sistema y  $u(t)$  son las entradas. La variable  $x'$  puede ser linealizada en un punto de operación si es expresada de la forma  $x' = Ax + Bu$  donde A y B son matrices jacobianas.

En el proceso de perturbación y linealización se supone que las variables de entrada y las variables de estado son formadas por una componente dc y una pequeña variación ac sobre la componente dc. El sistema de ecuaciones resultante de la linealización de (2.29), (2.30) y (2.31) se muestra en (2.46), (2.47) y (2.48) respectivamente.

$$\hat{v}_{ps} = H_{ip} \hat{i}_s + H_{ic} \hat{i}_c - H_{ip} \hat{i}_{ms} - H_{ic} \hat{i}_{mc} + H_{vcf} \hat{v}_{cf}, \quad (2.46)$$

donde

$$\begin{aligned} H_{ip} &= \frac{4nV_{cf}}{\pi} \frac{I_{pc}^2}{I_{pp}^3} \\ H_{ic} &= -\frac{4nV_{cf}}{\pi} \frac{I_{ps}I_{pc}}{I_{pp}^3} \\ H_{vcf} &= \frac{4n}{\pi} \frac{I_{ps}}{I_{pp}} \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$\hat{v}_{pc} = G_{ip}\hat{i}_s + G_{ic}\hat{i}_c - G_{ip}\hat{i}_{ms} - G_{ic}\hat{i}_{mc} + G_{vcf}\hat{v}_{cf}, \quad (2.48)$$

donde

$$\begin{aligned} G_{ip} &= -\frac{4nV_{cf}}{\pi} \frac{I_{ps}I_{pc}}{I_{pp}^3} \\ G_{vcf} &= \frac{4n}{\pi} \frac{I_{pc}}{I_{pp}} \\ G_{ic} &= \frac{4nV_{cf}}{\pi} \frac{I_{pc}^2}{I_{pp}^3} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\hat{v}_{es} = K_1\hat{v}_{in} + K_2\hat{d}, \quad (2.50)$$

donde

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}D\right) \\ K_2 &= V_{in} \cos\left(\frac{\pi}{2}D\right) \end{aligned} \quad (2.51)$$

Al reemplazar (2.46), (2.48) y (2.50) en (2.33), (2.34), (2.35), (2.36) y (2.37) se obtiene (2.52), (2.53), (2.54), (2.55) y (2.56) las cuales describen la linealización y perturbación de los parámetros del tanque resonante.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}_s}{dt} &= -\frac{H_{ip} + r_s}{L_s} \hat{i}_s - \frac{\Omega_s L_s + H_{ic}}{L_s} \hat{i}_c - \frac{1}{L_s} \hat{v}_s + \frac{H_{ip}}{L_s} \hat{i}_{ms} + \frac{H_{ic}}{L_s} \hat{i}_{mc} - \frac{H_{vcf}}{L_s} \hat{v}_{cf} \\ &\quad + \frac{K_1}{L_s} \hat{v}_{in} + \frac{K_2}{L_s} \hat{d} - \frac{L_s \omega_0 I_c}{L_s} \hat{\omega}_{sn} \\ \frac{d\hat{i}_c}{dt} &= \frac{\Omega_s L_s + G_{ip}}{L_s} \hat{i}_s - \frac{G_{ic} + r_s}{L_s} \hat{i}_c - \frac{1}{L_s} \hat{v}_c + \frac{G_{ip}}{L_s} \hat{i}_{ms} + \frac{G_{ic}}{L_s} \hat{i}_{mc} - \frac{G_{vcf}}{L_s} \hat{v}_{cf} \\ &\quad + \frac{L_s \omega_0 I_s}{L_s} \hat{\omega}_{sn} \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{v}_s}{dt} &= \frac{1}{C_s}\hat{i}_s - \Omega_s\hat{v}_c - \omega_0 V_c \hat{\omega}_{sn} \\ \frac{d\hat{v}_c}{dt} &= \frac{1}{C_s}\hat{i}_c - \Omega_s\hat{v}_s + \omega_0 V_s \hat{\omega}_{sn}\end{aligned}\quad (2.53)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{i}_{ms}}{dt} &= \frac{H_{ip}}{L_m}\hat{i}_s + \frac{H_{ic}}{L_m}\hat{i}_c - \frac{H_{ip}}{L_m}\hat{i}_{ms} - \frac{H_{ic} + L_m\Omega_s}{L_m}\hat{i}_{mc} + \frac{H_{vcf}}{L_m}\hat{v}_{cf} \\ &\quad - \frac{L_m I_{mc}\omega_0}{L_m}\hat{\omega}_{sn} \\ \frac{d\hat{i}_{mc}}{dt} &= \frac{G_{ip}}{L_m}\hat{i}_s + \frac{G_{ic}}{L_m}\hat{i}_c - \frac{G_{ip} - L_m\Omega_s}{L_m}\hat{i}_{ms} - \frac{G_{ic}}{L_m}\hat{i}_{mc} \frac{G_{vcf}}{L_m}\hat{v}_{cf} \\ &\quad + \frac{L_m I_{ms}\omega_0}{L_m}\hat{\omega}_{sn}\end{aligned}\quad (2.54)$$

$$\frac{d\hat{V}_{cf}}{dt} = \frac{K_{is}r'_c}{C_f r_c}\hat{i}_s + \frac{K_{ic}r'_c}{C_f r_c}\hat{i}_c - \frac{K_{is}r'_c}{C_f r_c}\hat{i}_{ms} + \frac{K_{ic}r'_c}{C_f r_c}\hat{i}_{mc} - \frac{r'_c}{RC_f r_c}\hat{v}_{cf} \quad (2.55)$$

$$\hat{v}_o = K_{is}r'_c\hat{i}_s + K_{ic}r'_c\hat{i}_c - K_{is}r'_c\hat{i}_{ms} - K_{ic}r'_c\hat{i}_{mc} + \frac{r'_c}{r_c}\hat{v}_{cf} \quad (2.56)$$

Ya que en un convertidor resonante, los polos y ceros están en función de la frecuencia de conmutación normalizada ( $\omega_{sn}$ ), las anteriores ecuaciones se expresan teniendo en cuenta este valor, donde la frecuencia normalizada se describe como se muestra en (2.57). Donde  $\omega_s$  es la frecuencia de conmutación y  $\omega_0$  es la frecuencia de resonancia

$$\omega_{sn} = \frac{\omega_s}{\omega_0} \quad (2.57)$$

### 2.5.7 Paso 7: Modelo de Espacio de Estado

Del conjunto de (2.52) a (2.56) resultantes de la linealización y perturbación del sistema se puede obtener el modelo de espacio de estado en forma matricial como se aprecia en (2.58).

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{x}}{dt} &= A\hat{x} + B\hat{u} \\ \hat{y} &= C\hat{x} + D\hat{u},\end{aligned}\tag{2.58}$$

donde

$$\begin{aligned}\hat{x} &= \begin{bmatrix} \hat{i}_s & \hat{i}_c & \hat{v}_s & \hat{v}_c & \hat{i}_{ms} & \hat{i}_{mc} & \hat{v}_{cf} \end{bmatrix}^T \\ \hat{u} &= [\hat{f}_{sn} \text{ o } \hat{\omega}_{sn}] \\ \hat{y} &= [\hat{v}_0]\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{H_{ip} + r_s}{L_s} & -\frac{\Omega_s L_s - H_{ic}}{L_s} & -\frac{1}{L_s} & 0 & -\frac{H_{ip}}{L_s} & -\frac{H_{ic}}{L_s} & -\frac{H_{vcf}}{L_s} \\ \frac{\Omega_s L_s - G_{ip}}{L_s} & -\frac{G_{ic} + r_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & \frac{G_{ip}}{L_s} & \frac{G_{ic}}{L_s} & -\frac{G_{vcf}}{L_s} \\ \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & -\frac{C_s \Omega_s}{C_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_s} & \frac{C_s \Omega_s}{C_s} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{H_{ip}}{L_m} & \frac{H_{ic}}{L_m} & 0 & 0 & -\frac{H_{ip}}{L_m} & -\frac{H_{ic} + L_m \Omega_s}{L_m} & \frac{H_{vcf}}{L_m} \\ \frac{G_{ip}}{L_m} & \frac{G_{ic}}{L_m} & 0 & 0 & -\frac{G_{ip} + L_m \Omega_s}{L_m} & -\frac{G_{ic}}{L_m} & \frac{G_{vcf}}{L_m} \\ \frac{K_{is} r'_c}{C_f r_c} & \frac{K_{ic} r'_c}{C_f r_c} & 0 & 0 & -\frac{K_{is} r'_c}{C_f r_c} & -\frac{K_{ic} r'_c}{C_f r_c} & -\frac{r'_c}{RC_f r_c} \end{bmatrix}\tag{2.59}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{L_s \omega_0 I_c}{L_s} & \frac{L_s \omega_0 I_s}{L_s} & -\frac{C_s \omega_0 V_c}{C_s} & \frac{C_s \omega_0 V_s}{C_s} & -\frac{L_m \omega_0 I_{mc}}{L_m} & \frac{L_m \omega_0 I_{ms}}{L_m} & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} K_{is} r'_c & K_{ic} r'_c & 0 & 0 & -K_{is} r'_c & -K_{ic} r'_c & \frac{r'_c}{r_c} \end{bmatrix}$$

$$D = [0]$$

Finalmente la función de transferencia que describe la tensión a la salida del convertidor es a que se muestra en la ecuación (2.60).

$$\frac{\hat{v}_0}{\hat{\omega}_{sn}} = C(SI - A)^{-1}B + D = G_p(s)\tag{2.60}$$



### **3 ANÁLISIS TEORICO DEL CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO Y CONTROL PREDICTIVO**

En este capítulo se realiza un análisis teórico al control por realimentación de las variables de estado y el control predictivo donde se muestran conceptos claves para luego ser aplicados al diseño del convertidor LLC.

#### **3.1 Introducción**

Un sistema de control es aquel con el cual se obtienen respuestas deseadas a partir de ciertas entradas; con el fin de obtener dichas respuestas, usualmente se involucra la compensación de las características de desempeño del sistema. Existen varias configuraciones empleadas con compensación del controlador, entre ellas están: la compensación en serie o cascada, la compensación mediante realimentación y la compensación mediante la realimentación de estado [12].

Según la acción de control, existen varios tipos de controladores; entre las acciones básicas del control se encuentran el control proporcional, integral, derivativo y sus posibles combinaciones. La acción integral permite que el error en estado estacionario sea cero de manera asintótica en el tiempo, la acción derivativa ayuda estabilizar el sistema y la acción proporcional acelera la respuesta del control [12].

El control por realimentación de variables de estado es un tipo de control que tiene efectos en diferentes características del sistema como lo son la estabilidad, el ancho de banda, la ganancia total, la impedancia y la sensibilidad. Siempre y cuando los valores propios de un sistema sean controlables, mediante el control por realimentación se pueden reubicar dichos valores con el fin de modificar las frecuencias naturales del sistema.

Otro tipo de control empleado en la industria para regular procesos complejos como columnas de destilación y reactores es el control predictivo; este tipo de control anticipa el comportamiento dinámico de la planta usando un modelo interno que optimiza la acción de control. Existen diferentes estrategias basadas en el modelo (MPC) entre las que se destacan DMC, GPC y por variables de estado. En [5] se hace un estudio de la aceptación, el grado de satisfacción y de las futuras tendencias de diferentes tecnologías de control, en ese texto se concluye que el control predictivo basado en modelo es una tecnología que ha venido despertando expectativas y se ha introducido fácilmente en la industria. La mayoría de aplicaciones de este controlador se da en sistemas multivariados, principalmente en el sector petroquímico [6].

#### **3.2 Control por Realimentación de Variables de Estado**

Una de las técnicas más utilizadas de control digital es la realimentación de variables de estado. Una de las primeras aplicaciones de las variables de estado en sistemas lineales fue la de realimentarlas para reubicar los valores propios de un sistema dado. Los polos y los valores propios coinciden en unos sistemas mínimos, aquellos que son controlables y observables [12].

### 3.2.1 Estabilidad Interna

Sea el sistema cuyo modelo de estado es el descrito:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= A\bar{x} + B\bar{u} \\ \bar{y} &= C\bar{x} + D\bar{u}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Se dice que un sistema como el descrito es internamente estable si los valores propios de la matriz  $A$  están en el semiplano complejo izquierdo, es decir todas las raíces del polinomio  $\det(SI - A)$  tiene parte real negativa.

### 3.2.2 Controlabilidad y Observabilidad de un Sistema

Se dice que el sistema cuyo modelo de estado es según (3.1) es completamente controlable si es posible encontrar un vector de control  $\bar{u}(t)$  de modo que el estado inicial  $\bar{x}(t_o)$  puede ser llevado a un estado final deseado  $\bar{x}(t_f)$ . Según esto un sistema es completamente controlable si la matriz controlable  $C_o$  (3.2) tiene un rango igual al número de variables de estado.

$$C_o = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]\tag{3.2}$$

Si el sistema tiene una sola señal de control, entonces el sistema es controlable si la matriz  $C_o$  tiene inversa.

Se dice que el sistema es completamente observable si dadas  $\bar{u}(t)$  y  $\bar{y}(t)$  se puede determinar  $\bar{x}(t)$ . Según esto un sistema es completamente observable si la matriz observable  $U_b$  (3.3) tiene rango igual al número de variables de estado.

$$U_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}\tag{3.3}$$

Si el sistema tiene una sola señal de salida, entonces el sistema es observable si la matriz  $U_b$  tiene inversa.

### 3.2.3 Realimentación de las Variables de Estado

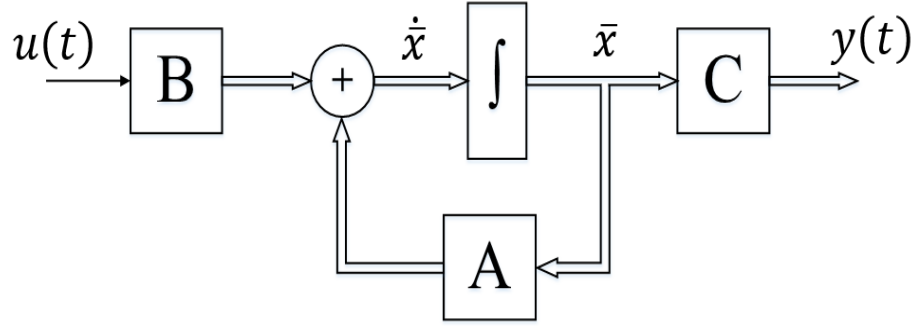


Figura 3.1 Esquema del modelo de realimentación de las variables de estado

Sea la expresión (3.4) el polinomio característico del sistema representado en (3.1). Donde  $P_1, P_2, \dots, P_n$  son las frecuencias naturales del sistema.

$$\begin{aligned} a(s) &= \det(sI - A) = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n \\ &= (s - P_1)(s - P_2) \dots (s - P_n) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sea la función de transferencia del sistema la que se indica en (3.5). Se quiere modificar el sistema dado mediante el uso de realimentación de las variables de estado como se muestra en la Figura 3.2 para tener un nuevo sistema con valores propios deseados en lazo cerrado  $\alpha(s)$  como se enseña en (3.6) donde  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  son las nuevas frecuencias naturales del sistema.

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{b_1 s^{n-1} + \dots + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} \quad (3.5)$$

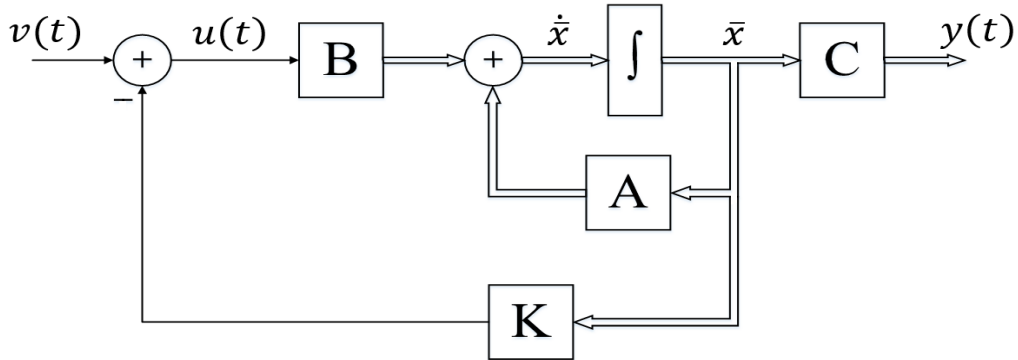


Figura 3.2 Sistema modificado de realimentación de variables de estado con ganancia

$$\alpha(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_n = (s - Z_1)(s - Z_2) \dots (s - Z_n) \quad (3.6)$$

Como se aprecia en la Figura 3.2, la entrada del nuevo sistema es la que se muestra en (3.7) donde  $k_1, k_2, \dots, k_n$  son ganancias.

$$u(t) = v(t) - K\bar{x} \quad (3.7)$$

Este nuevo sistema en lazo cerrado tiene un polinomio característico de la forma  $a_k(s) = \det(sI - A + Bk)$ , el objetivo es escoger los valores de  $k$  de forma que se cumpla que  $a_k(s) = \alpha(s)$ .

### 3.3 Control Predictivo por Variables de Estado

El control predictivo tiene internamente un mecanismo de optimización el cual trata de encontrar la acción de control más óptima siempre respetando las restricciones establecidas por el ingeniero de control, dentro de una ventana de predicción. El controlador predictivo tal como su nombre lo indica trata de predecir el comportamiento dinámico de la planta con ayuda de un modelo interno, es por eso que la obtención de este modelo es muy importante para lograr conseguir buenas predicciones de nuestro proceso. Existen diferentes estrategias de controles predictivos basados en modelos.

Este controlador ha tenido una buena acogida en industrias petroleras y químicas dado que es un controlador avanzado, que permite involucrar en su acción de control las restricciones físicas y de seguridad del proceso.

A continuación se hará un breve análisis del control predictivo por variables de estado.

Dada una planta SISO descrita por:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx, \end{aligned} \quad (3.8)$$

donde  $u(k)$  es la entrada o variable manipulada,  $y(k)$  es la salida del proceso y  $x(k)$  es el vector de estados de dimensión  $n_1$ .

Si al estado futuro se le resta el estado actual se obtiene una ecuación como la mostrada en (3.9) que expresada en términos de incrementos queda como (3.10):

$$x(k+1) - x(k) = A(x(k) - x(k-1)) + B(u(k) - u(k-1)) \quad (3.9)$$

$$\Delta x(k+1) = A * \Delta x(k) + B\Delta u(k) \quad (3.10)$$

Ahora, para expresar la salida  $y(k)$  en términos de incrementos, a la señal de salida futura se le resta la salida actual obteniendo (3.11), expresión la cual se representa en términos de incrementos en (3.12):

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= C(x(k+1) - x(k)) = C\Delta x(k+1) \\ y(k+1) &= C\Delta x(k+1) + y(k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$y(k+1) = CA\Delta x(k) + CB\Delta u(k) + y(k) \quad (3.12)$$

Expresando de forma matricial las expresiones (3.10) y (3.12) se la representación en espacio de estados de la planta queda como se enseña en (3.13)

$$\begin{bmatrix} \overbrace{\Delta x(k+1)}^{x_m(k+1)} \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{A}^{A_m} & \overbrace{0_n^T} \\ \overbrace{CA} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overbrace{\Delta x(k)}^{x_m(k)} \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overbrace{B}^{B_m} \\ \overbrace{CB} \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (3.13)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} \overbrace{0_n}^{C_m} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix},$$

donde  $0_n = [0 \ 0 \ 0 \dots \ 0]$  de dimensión  $n_1$  y las matrices  $A_m$ ,  $B_m$  y  $C_m$  son las matrices aumentadas, empleadas para el diseño del control predictivo.

Si se incrementan los estados del sistema hasta el horizonte de predicción  $N_p$  se obtiene (3.14) que describe la predicción de los estados; de igual forma la predicción de la salida se calcula aumentando la ventana de predicción hasta  $N_p$ , tal como muestra en (3.15)

$$\begin{aligned} x_m(k+N_p|k) &= A_m^{N_p} x_m(k) + A_m^{N_p-1} B_m \Delta u(k) + A_m^{N_p-2} B_m \Delta u(k+1) \\ &+ \dots + A_m^{N_p-N_c} B_m \Delta u(k+N_c-1|k) \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} y(k+N_p|k) &= C_m A_m^{N_p} x_m(k) + C_m A_m^{N_p-1} B_m \Delta u(k) \\ &+ C_m A_m^{N_p-2} B_m \Delta u(k+1) + \dots \\ &+ C_m A_m^{N_p-N_c} B_m \Delta u(k+N_c-1|k) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Todas las predicciones son formuladas en términos de las variables de estado actuales  $x_m(k)$  y del futuro en el movimiento de control  $\Delta u(k+j)$  donde  $j = 1, 2, 3, \dots, N_c - 1$ . Así se definen los vectores como:

$$\begin{aligned} y &= [y(k+1) \ y(k+2) \ \dots \ y(k+N_p)]^T \\ \Delta U &= [\Delta u(k) \ \Delta u(k+1) \ \dots \ \Delta u(k+N_c-1)]^T \end{aligned} \quad (3.16)$$

Para un caso SISO la dimensión de  $Y$  será  $N_p$  y la dimensión de  $\Delta U$  será  $N_c$ . De forma compacta, las predicciones de salida se pueden representar como:

$$Y = Fx(k) + G\Delta u, \quad (3.17)$$

donde:

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} C_m A_m \\ C_m A_m^2 \\ C_m A_m^3 \\ \vdots \\ C_m A_m^{N_p} \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} C_m B_m & 0 & 0 & \dots & 0 \\ C_m A_m B_m & C_m B_m & 0 & \dots & 0 \\ C_m A_m^2 B_m & C_m A_m B_m & C_m B_m & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_m A_m^{N_p-1} B_m & C_m A_m^{N_p-2} B_m & C_m A_m^{N_p-3} B_m & \dots & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

### 3.3.1 Función Objetivo:

En general se persigue que la salida futura en el horizonte considerado siga a una determinada señal de referencia al mismo tiempo que se puede penalizar el esfuerzo de control requerido para hacerlo. La expresión general de tal función objetivo es [6]:

$$J = \sum_{j=1}^{N_p} Q_\delta(j) [w(t+j) - \hat{y}(t+j|t)]^2 + \sum_{j=1}^{N_c} Q_\lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (3.19)$$

donde

$$w(t+j) = \text{referencias futuras} \quad (3.20)$$

El segundo sumando en algunos métodos se considera el esfuerzo de control, no se tiene en cuenta pero en otros métodos aparece directamente los valores de la señal de control (no sus incrementos).

Una expresión algebraica de la forma  $A^2$ , matricialmente se define de la forma  $A^T * A$ , teniendo en cuenta lo anterior para pasar (3.19) a una forma matricial y obtener así la función objetivo:

$$J = (R_f - y)^T Q_\delta (R_f - y) + \Delta u^T Q_\lambda \Delta u, \quad (3.21)$$

donde  $R_f^T = [1, 1, 1, \dots, 1]w(k)$  es el vector que contiene las referencias,  $w(k)$  es la referencia actual,  $Q_\delta$  es la matriz de ponderación del error de seguimiento y  $Q_\lambda$  es la matriz de ponderación del incremento de control.

Para el caso sin restricción basta con cumplir que:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 0 \quad (3.22)$$

Para el caso sin restricciones el incremento de control se reduce a:

$$\Delta U = (G^T Q_\delta G + Q_\lambda)^{-1} G^T Q_\delta (R_f - Fx(k)) \quad (3.23)$$

Donde el término  $(G^T Q_\delta G + Q_\lambda)^{-1} G^T Q_\delta$  se calcula una sola vez y reduce a una ganancia  $K_1 = (G^T Q_\delta G + Q_\lambda)^{-1} G^T Q_\delta$

Así el incremento de control que se calcula en cada interacción es:

$$\Delta U = k_1 (R_f - Fx(k)) \quad (3.24)$$

### 3.3.2 Restricciones

Para el caso con restricción se parte de la función objetivo (3.21). Conociendo que  $y = Fx(k) + G\Delta u$ , entonces reemplazando se tiene que:

$$J = (R_f - Fx(k) - G\Delta u)^T Q_\delta (R_f - Fx(k) - G\Delta u) + \Delta u^T Q_\lambda \Delta u \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
J &= [(R_f - Fx(k))^T - \Delta u^T G^T] Q_\delta [(R_f - Fx(k) - G\Delta u) + \Delta u^T Q_\lambda \Delta u] \\
J &= (R_f - Fx(k))^T Q_\delta (R_f - Fx(k)) - 2 (R_f - Fx(k))^T Q_\delta G \Delta u \\
&\quad + \Delta u^T G^T Q_\delta G \Delta u + \Delta u^T Q_\lambda \Delta u \\
J &= \underbrace{\Delta u^T (G^T Q_\delta G + Q_\lambda) \Delta u + 2(Fx(k) - R_f)^T Q_\delta G \Delta u}_{\text{Parte que optimiza}} + \underbrace{(R_f - Fx(k))^T Q_\delta (R_f - Fx(k))}_{\text{No influencia en la optimización}}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

$$J = \frac{1}{2} \Delta u^T \underbrace{(G^T Q_\delta G + Q_\lambda)}_H \Delta u + \underbrace{(Fx(k) - R_f)^T Q_\delta G}_{F_o^T} \Delta u \tag{3.27}$$

Debido a que las restricciones implementadas al convertidor LLC son en la señal de control y en la salida, se deducirá la expresión para cada una de estas.

### 3.3.2.1 Restricción en la Señal de Control

$$u_{min} \leq u(k) \leq u_{max} \forall k \in [0, N_{u-1}] \tag{3.28}$$

Se puede representar en forma matricial la ley de control así:

$$u_{min} \leq \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_c - 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-1) \end{bmatrix} \leq u_{max} \tag{3.29}$$

De forma rápida, se representa la matriz triangular inferior que acompaña el incremento de control como T, así la restricción queda como en (3.30):

$$\begin{bmatrix} T \\ \dots \\ -T \end{bmatrix} \Delta u \leq \begin{bmatrix} 1u_{max} - 1u(k-1) \\ \dots \\ -1u_{min} + 1u(k-1) \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

### 3.3.2.2 Restricciones en la Salida

La restricción de salida está basada en el modelo, en función de  $\Delta u$  queda representada así:

$$y_{min} \leq y(k) \leq Y_{max} \forall k \in [N_1, N_2] \tag{3.31}$$



Si la salida se define como se indica en (3.32), la función de la restricción de salida queda como se enseña en (3.33):

$$\begin{aligned} y &= G\Delta u + f \\ 1y_{min} &\leq G\Delta u + f \leq 1Y_{max} \\ 1y_{min} - f &\leq G\Delta u \leq 1Y_{max} - f \end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{bmatrix} G \\ \dots \\ -G \end{bmatrix} \Delta u \leq \begin{bmatrix} 1Y_{max} - f \\ \dots \\ -1y_{min} + f \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

## 4 CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO Y CONTROL PREDICTIVO APLICADO AL DISEÑO DEL CONVERTIDOR LLC

### 4.1 Introducción

En este capítulo se realiza la aplicación del control por realimentación de las variables de estado y el control predictivo al diseño del convertidor LLC, donde se observa las características obtenidas al hacer la implementación de estos controles por medio de las señales que se obtienen como respuesta.

### 4.2 Control de Realimentación de Variables de Estado Aplicado al Conversor dc-dc Tipo LLC

Usando las ecuaciones halladas en el segundo capítulo y los parámetros listados en la tabla 4.1; se obtiene la función de transferencia mostrada en (4.1) y los polos del sistema mostrados en (4.2)

Tabla 4.1 Listado de parámetros

Parámetros	Valor
$L_s$	$62 \mu H$
$C_s$	$9.4 nF$
$L_m$	$268 \mu H$
$V_{in}$	$400 V$
$C_f$	$2000 \mu F$
$P_{out}$	$200$
$f_s$	$200 kHz$
$r_s$	$15 m\Omega$
$r_c$	$15 m\Omega$
$n$	$16.667$
$R$	$10 \Omega$

$$G_p = \frac{-6.8e08 s^5 - 3.0e17 s^4 - 1.5e22 s^3 - 1.9e30 s^2 - 6.3e34 s - 4.4e37}{s^7 + 1.4e3 s^6 + 8.2e12 s^5 + 7.2e15 s^4 + 1.1e25 s^3 + 6.7e27 s^2 + 8.6e33 s + 5.6e36} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} &-2.947e02 \pm 2.5645e06i \\ &-8.0175e01 \pm 1.2549e06i \\ &4.8477 \pm 2.8749e04i \\ &-6.5455e02 + 0i \end{aligned} \quad (4.2)$$

Según el par de polos conjugados presentes en el semiplano complejo derecho que se observan en (4.2) se concluye que el sistema es inestable. Es necesario conocer si los polos presentes en el semiplano derecho son controlables, para ello se aplica un control por realimentación de variables en el que se escogen polos arbitrarios; aquellos polos que se dejaban mover eran controlables.

Después de aplicar la realimentación por variables de estado con el polinomio escogido arbitrariamente se obtienen los polos de (4.3), dado que todos los polos se reubicaron según el nuevo polinomio se puede deducir que el sistema es completamente controlable.

$$\begin{aligned} & -5e02 \pm 5e06i \\ & -1e02 \pm 2e06i \\ & -5 \pm 3e06i \\ & -1e03 + 0i \end{aligned} \tag{4.3}$$

Haciendo uso de Simulink MatLab se hace el análisis en lazo abierto de la planta excitándola con un impulso para determinar el comportamiento de las variables de estado. Como resultado de la simulación en la representación de las señales de la componente seno y coseno de la tensión del capacitor del tanque resonante (Figura 4.1) y la tensión de salida del convertidor (Figura 4.2) se observa que el sistema es inestable ya que las señales crecen indefinidamente.

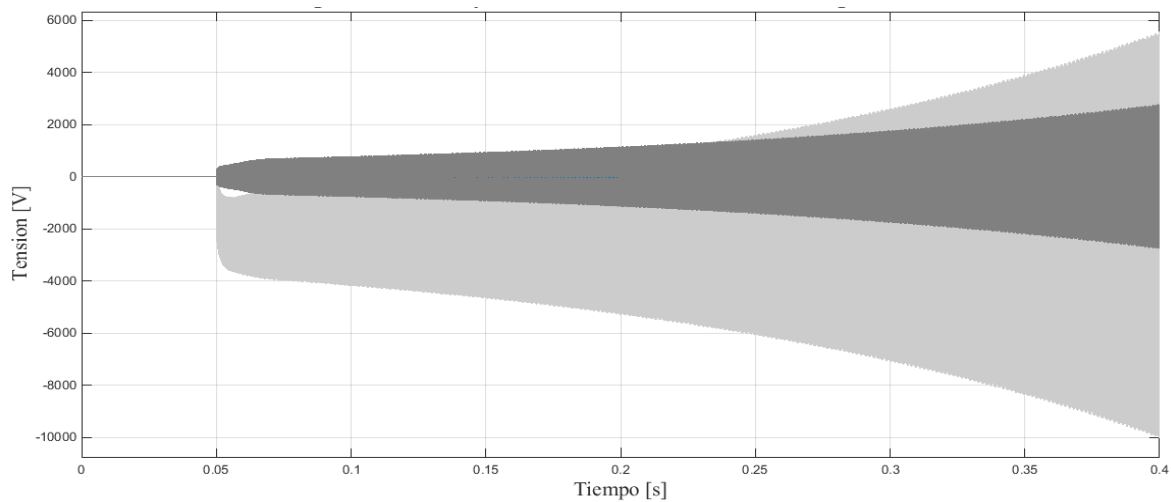


Figura 4.1 Componentes seno (color oscuro) y coseno (color claro) de la tensión en el tanque resonante

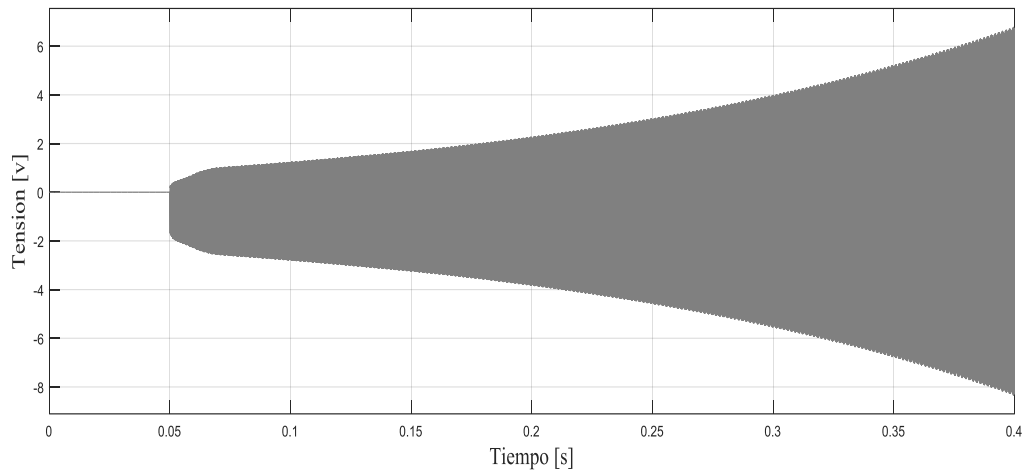


Figura 4.2 Respuesta al impulso del convertidor LLC en lazo abierto

Después de aplicar la realimentación en lazo cerrado se obtiene un comportamiento de la tensión de salida como el mostrado en la Figura 4.3 en donde se observa que las variables no crecen indefinidamente, con lo que se dice que el sistema es estable.

En la parte inferior de la Figura 4.4 se enseña la tensión de salida de la planta cuando ésta se excita con una señal de referencia igual a la que se encuentra en la parte superior de la misma figura.

Tanto en la Figura 4.3 y la Figura 4.4 se grafica la tensión de salida cuando  $y = 0$  para apreciar con más claridad el máximo sobre paso y el tiempo de establecimiento.

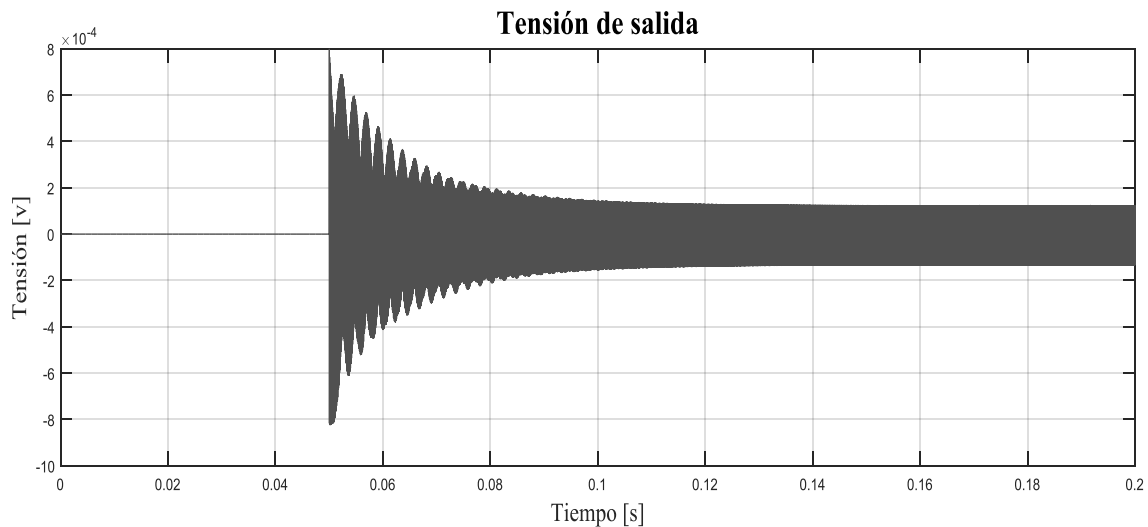


Figura 4.3 Respuesta al impulso del convertidor LLC en lazo cerrado

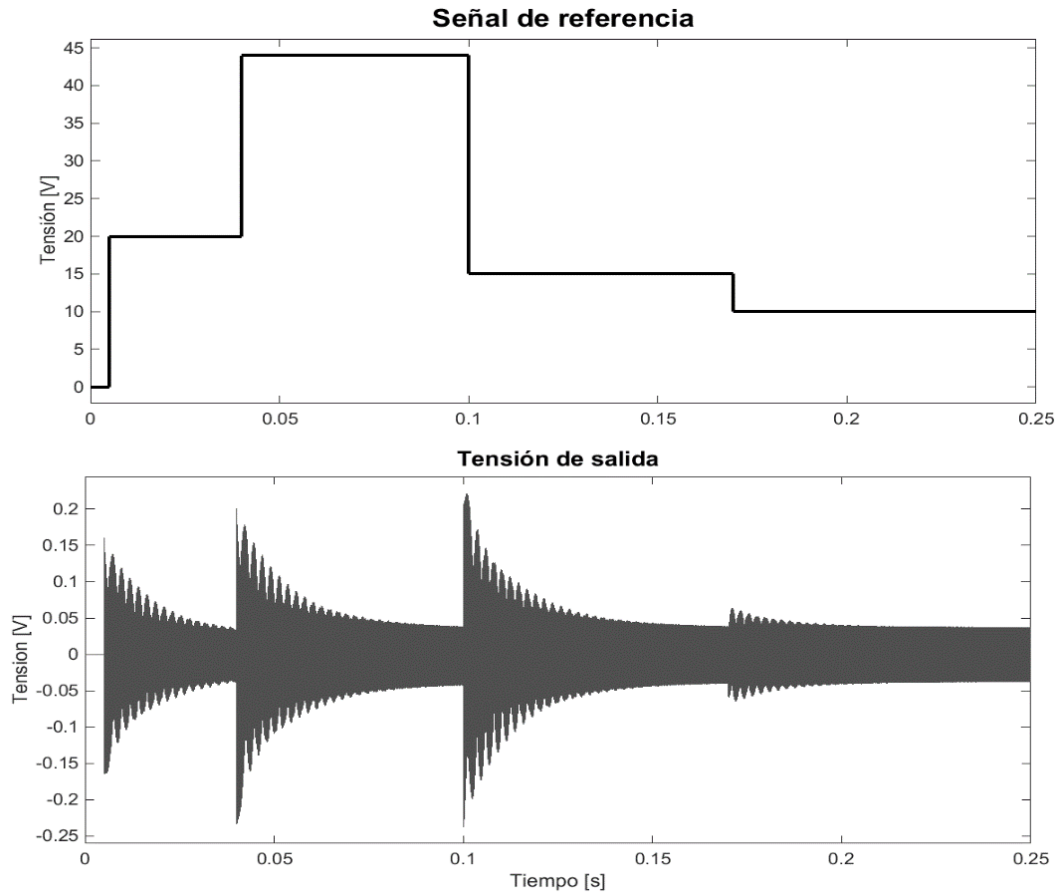


Figura 4.4 Respuesta diferentes impulsos del convertidor LLC en lazo cerrado

### 4.3 Control Predictivo Aplicado al Conversor dc-dc Tipo LLC

Se implementa el control predictivo usando el modelo de espacio de estados (2.40), los parámetros del dispositivo para la simulación son tomados según [11].

#### Sin restricciones

En la Figura 4.5 se enseña la tensión de salida obtenida cuando al sistema le es aplicado un control predictivo sin restricciones, En la Figura 4.6 se muestra un detallado de la salida entre las tensiones 42.5 y 45.5 con el fin de estudiar las características del estado transitorio.

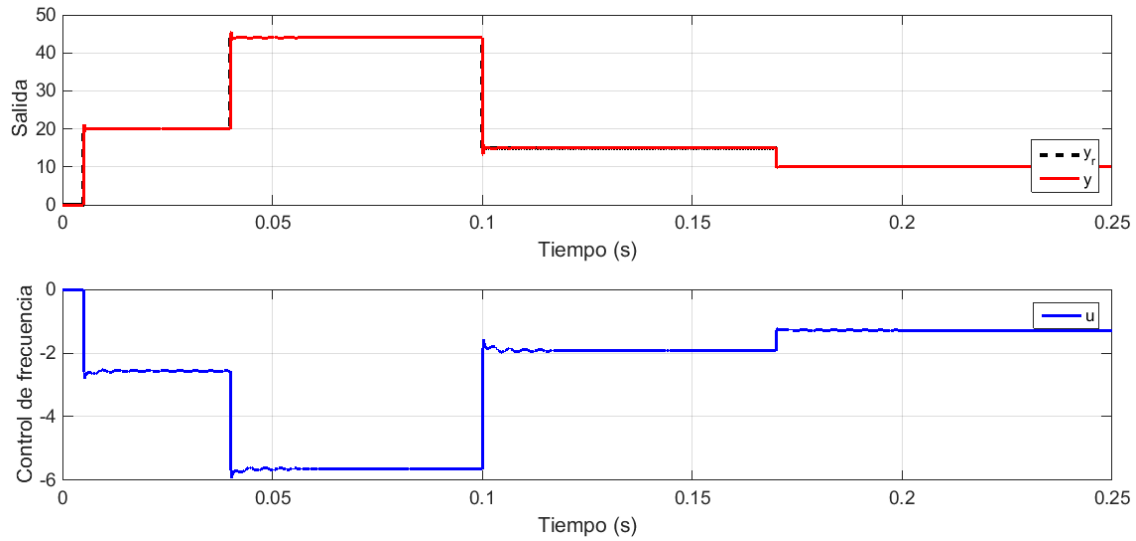


Figura 4.5 Tensión de salida aplicando control predictivo sin restricciones

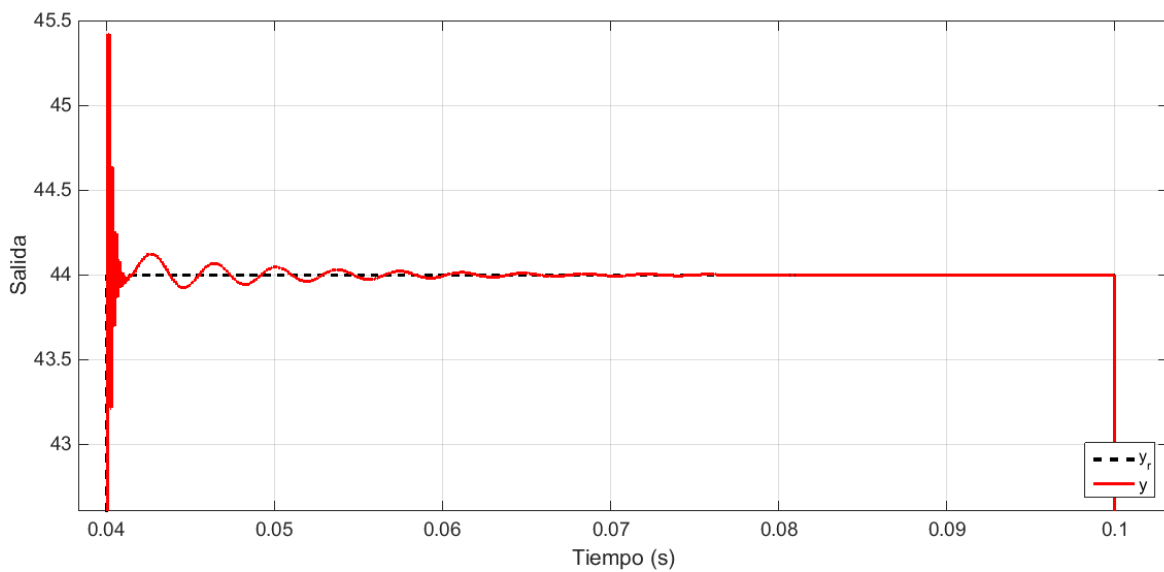


Figura 4.6 Tensión a la salida control predictivo sin restricciones

### Con restricciones

En la Figura 4.7 se enseña la tensión de salida obtenida cuando al convertidor se aplica un control predictivo con restricciones, donde las restricciones son: Restricción en la señal de control  $[-0.03 \text{ a } 0.5]$  y la restricción de salida  $[-5 \text{ a } 40]$ . En la Figura 4.8 se muestra un detallado de la tensión de salida cuando las restricciones son de señal de control  $[-0.1 \text{ a } 0.5]$  y restricción de salida  $[-5 \text{ a } 44.3]$  con el fin de conocer las características del estado transitorio cuando se aplica este control.

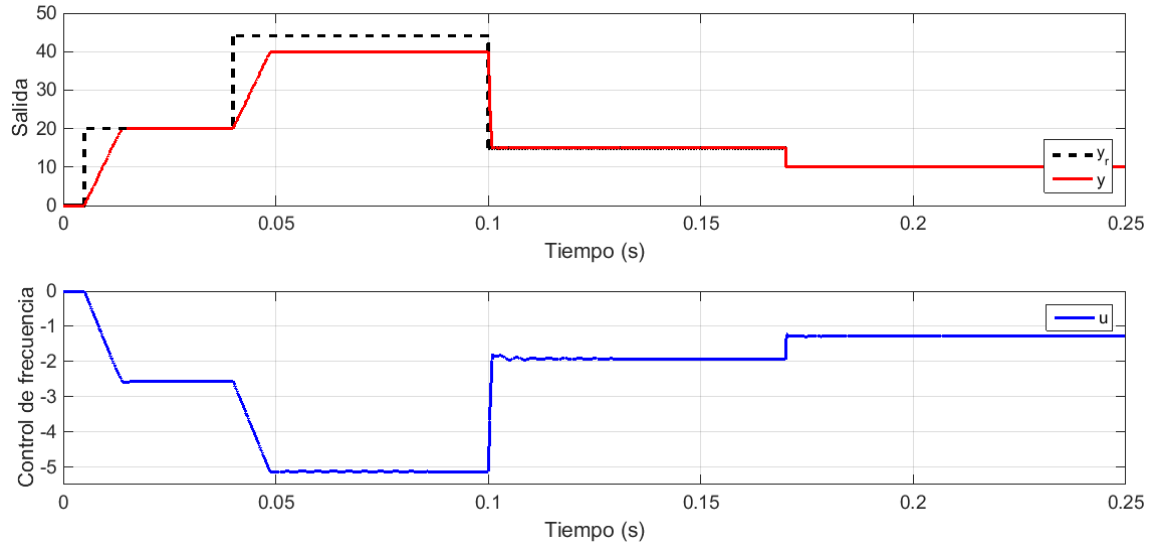


Figura 4.7 Tensión de salida con restricción de señal de control  $[-0.03 \text{ a } 0.5]$  y restricción de salida  $[-5 \text{ a } 40]$ .

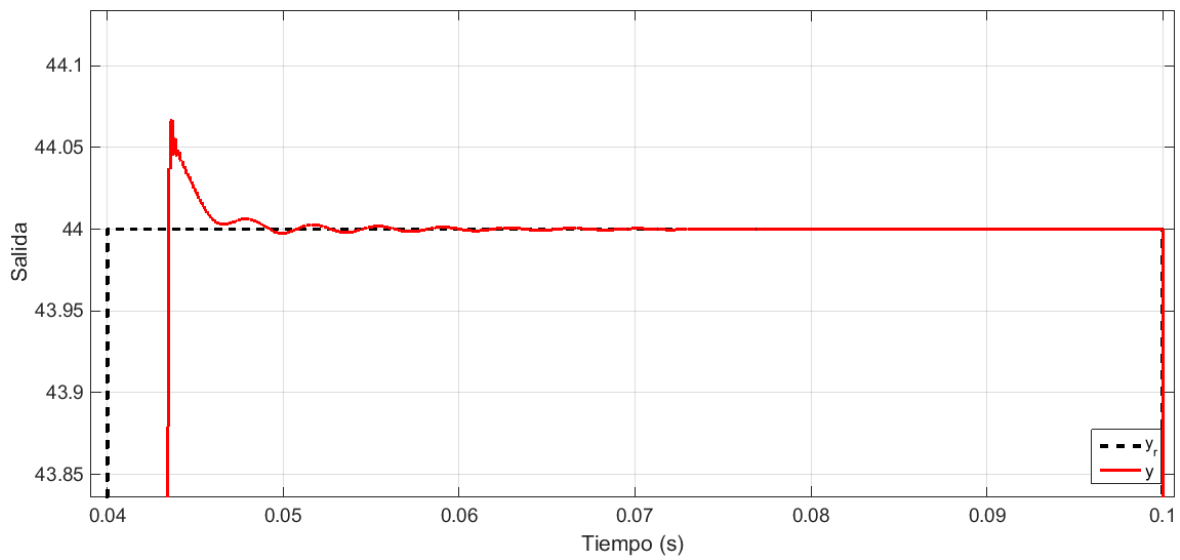


Figura 4.8 Tensión de salida con restricción de señal de control  $[-0.1 \text{ a } 0.5]$  y restricción de salida  $[-5 \text{ a } 44.3]$ .

## 5 CONCLUSIONES

- Ante la búsqueda de redes de energía más eficientes e íntegras se desarrolla la Smart-Grid como un esquema que combina diversas tecnologías para transformar el modelo actual de generación centralizada a una generación distribuida. Entre las tecnologías usadas para alcanzar dicha meta se encuentra la generación a través de métodos no convencionales y renovables que transforman la energía proveniente de la naturaleza en energía eléctrica, algunas de estas energías limpias son la energía eólica, solar y la energía mareomotriz. Gracias a su ubicación geográfica, Colombia cuenta con condiciones favorables de radiación solar que permite captar una gran cantidad de energía en una pequeña área.
- Para aumentar el rendimiento y aprovechamiento de la energía captada por un panel se han indagado diferentes formas de conexión de las celdas que permiten aumentar la corriente o la tensión de salida de un conjunto de paneles; de la misma forma se han perfeccionado diferentes componentes que unidos a un panel mejoran en gran manera las características de la señal de salida como estabilidad y sincronización. Entre estos componentes se encuentra el inversor que unido a un controlador óptimo puede regular y estabilizar la tensión de salida del panel para aumentar la eficiencia en el almacenamiento de la energía o la conversión de la misma para su futuro uso en la red.
- Se comprueba la funcionalidad de diseñar un convertidor resonante utilizando el modelo de pequeña señal para el análisis del dinamismo de la planta y la técnica EDF para el diseño de sistemas no lineales en el estudio de la función de transferencia. Los resultados obtenidos de las simulaciones son acordes con el modelo analítico desarrollado y cumplen con las especificaciones del objetivo.
- Como se muestra en las Figuras 4.4 a 4.8, si se modula la frecuencia de conmutación en el convertidor resonante LLC se regula la tensión de salida frente a un cambio grande en la tensión de entrada sin disminuir su eficiencia. Para que la densidad de potencia en un sistema mejore se aumenta frecuencia de conmutación aunque si esto sucede la operación tiene obstáculos entre ellos grandes pérdidas de conmutación por esto la implementación del convertidor LLC es indicado para estos casos por su topología.
- Aunque en el control por realimentación de variables de estado el máximo sobrepaso es menor que el obtenido durante el control predictivo con restricciones (aproximadamente 3 veces más bajo cuando se establecen restricciones de  $[-0.1 \text{ a } 0.5]$  en la señal de control y de  $[-5 \text{ a } 44.3]$  en la restricción de salida), éste último presenta un tiempo de establecimiento y un error de estado estacionario mucho más bajo (ver Figura 4.4 y Figura 4.6); sin embargo cuando el sistema se somete a un control predictivo con restricciones, el máximo sobrepaso de la tensión de salida se puede controlar con una restricción de la señal de salida y el tiempo de estado estacionario se puede controlar con una restricción en la señal de control (ver Figura 4.8). Con lo anterior se concluye que para el control de la frecuencia de conmutación en convertidores resonantes LLC, es superior el control predictivo con restricciones frente al control por realimentación de las variables de estado puesto que se pueden regular características de la señal de salida tales como el máximo sobrepaso, el tiempo de establecimiento y el error en estado estacionario, variables que aumentan la calidad de la energía y la eficiencia del equipo.



## 6 REFERENCIAS

- [1]. M. M. Chuqui, “Análisis de generación distribuida en hogares y edificios” M. S. Tesis, Dep. Ing. de eléctrica, Univ. Politécnica salesiana, Quito, 2014
- [2]. C. M. Edna. (2016, diciembre 9). Energías renovables, la puesta que debe hacer el país [Online]. Disponible: <http://www.portafolio.co/innovacion/energias-renovables-en-colombia-502061>
- [3]. T. G. Estrada y J. A. V. Marín, “Integración de las energías renovables no convencionales en Colombia. Resumen ejecutivo”, UPME, Bogotá, Colombia, 2015, pp. 5. Disponible. [http://www.upme.gov.co/Estudios/2015/Integracion\\_Energias\\_Renovables/RESUMEN\\_EJECUTIVO\\_INTEGRACION\\_ENERGIAS\\_UPME2015.pdf](http://www.upme.gov.co/Estudios/2015/Integracion_Energias_Renovables/RESUMEN_EJECUTIVO_INTEGRACION_ENERGIAS_UPME2015.pdf)
- [4]. L. Hassaine, “Implementación de un Control Digital de Potencia Activa y Reactiva para Inversores. Aplicación a Sistemas Fotovoltaicos Conectados a Red”, Ph.D. disertación, Dep. Tecnología Electrónica, Univ. Carlos III De Madrid, Leganés, 2010.
- [5]. A. S. Monar, “Diseño de un convertidor de alta eficiencia”, Ctro. Investigación Tecnológica en Convrt. Esta. y Acci., UPC, BarcelonaTech, 2014.
- [6]. C. B. Alba, “Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas”, I Curso de Especialización en Automática, Dep. Ing. de Sist. y Automática, Univ. de Sevilla, Aguadulce, Almería, 2000.
- [7]. A. R. Hernandez, “La generación distribuida y su posible integración al sistema interconectado nacional”, CREG, Bogotá, Colombia, 2009. Disponible [http://www.creg.gov.co/phocadownload/presentaciones/generacion\\_distribuida\\_sin.pdf](http://www.creg.gov.co/phocadownload/presentaciones/generacion_distribuida_sin.pdf)
- [8]. C. A. D. Andrade y J. C. Hernandez. “Smart Grid: Las TICs y la modernización de la energía eléctrica”. Sistemas y telemática, vol 9, núm 18, universidad ICESI, Cali, Colombia. Sept 01, 2011. Disponible en <http://www.redalyc.org/pdf/4115/411534385004.pdf>
- [9]. UPME. Atlas de radiación solar en Colombia. Disponible en [http://www.upme.gov.co/Docs/Atlas\\_Radiacion\\_Solar/1-Atlas\\_Radiacion\\_Solar.pdf](http://www.upme.gov.co/Docs/Atlas_Radiacion_Solar/1-Atlas_Radiacion_Solar.pdf)
- [10]. D. A. Pilco y J. L. Jaramillo, “Sistemas fotovoltaicos para iluminación: paneles fotovoltaicos”, universidad Técnica particular de Loja. 2010. Disponible en <https://www.utpl.edu.ec/jorgeluisjaramillo/wp-content/uploads/2010/06/renlux-paneles-fv.pdf>
- [11]. M. Shaik and R. Kankanala, “Digital Compensator Design for LLC Resonant Converter”, Microchip Technology Inc, Chandler, Arizona, 2012.
- [12]. D. Giraldo and I. Tabares, “Teoría de control”, Universidad Tecnológica de Pereira, 1997